

คณิตศาสตร์ในรังผึ้ง



(ที่มา : http://cdn.gotoknow.org/assets/media/files/000/034/484/original_DSCF8894.JPG?1285450281)

ถ้าพูดถึงผึ้ง ผู้อ่านคงคิดถึงแมลงตัวเล็ก ๆ ที่มีลายสีเหลืองสลับดำ แต่จะมีสักกี่ท่านที่ทราบว่าภายในรังผึ้ง มีสังคมผึ้งที่มีการแบ่งหน้าที่กันทำงานอย่างชัดเจน และทุกตัวยังทำงานของตนอย่างเคร่งครัด ไม่มีการเอารอดเอาเปรียบซึ่งกันและกัน ยิ่งไปกว่านั้นยังมีคณิตศาสตร์ที่แฝงอยู่ในรังผึ้งอีกด้วย ซึ่งในบทความนี้จะนำทุกท่านบุกรังผึ้งเพื่อดูคณิตศาสตร์ที่แอบซ่อนอยู่ภายใน



รูปที่ 1 ผึ้ง

(ที่มา : <http://en.wikipedia.org/wiki/File:Creation-Via-Pollination.jpg>)



รูปที่ 2 รังผึ้ง

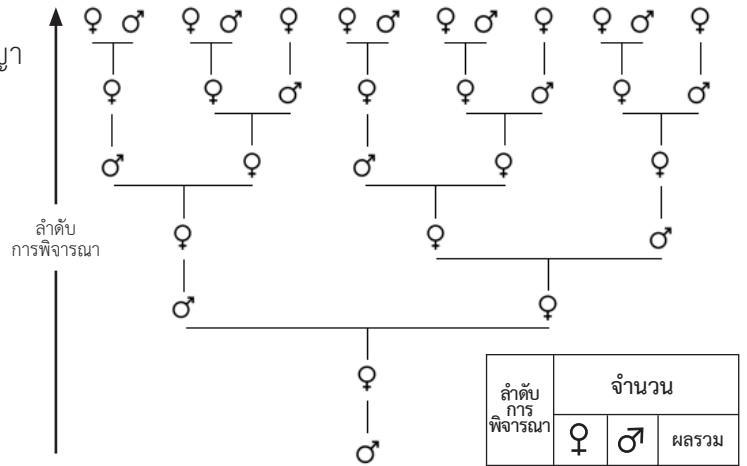
(ที่มา : http://en.wikipedia.org/wiki/File:Natural_Beehive_and_Honeycombs.jpg)

ถ้านำผึ้งตัวผู้ 1 ตัว มาพิจารณาหาบรรพบุรุษ โดยกำหนดให้ ♂ แทนผึ้งตัวผู้ และ ♀ แทนผึ้งตัวเมีย จะได้ดังแผนภาพนี้

ในรังผึ้งจะแบ่งผึ้งออกเป็น 3 วรรณะ ได้แก่ ผึ้งนางพญา (queen) ผึ้งงาน (worker) และผึ้งตัวผู้ (drone)



รูปที่ 3 ผึ้งงาน ผึ้งตัวผู้ และผึ้งนางพญา โดยเรียงลำดับจากซ้ายไปขวา (ที่มา: <http://www.extension.org/pages/21755/abdomen-of-the-honey-bee>)



ลำดับ การ พิจารณา	จำนวน		
	♀	♂	ผลรวม
7	8	5	13
6	5	3	8
5	3	2	5
4	2	1	3
3	1	1	2
2	1	0	1
1	0	1	1

ผึ้งนางพญา มีขนาดใหญ่กว่าผึ้งงาน และผึ้งตัวผู้ ผึ้งนางพญาเป็นผึ้งตัวเมียมีเหล็กไนไว้ต่อสู้กับผึ้งนางพญาตัวอื่นเท่านั้น ในรังผึ้งทั่วไปจะมีผึ้งนางพญาเพียงตัวเดียวเท่านั้น และหน้าที่หลักของผึ้งนางพญา คือ ผสมพันธุ์ วางไข่ และควบคุมการทำงานของผึ้งทุกตัวภายในรัง แต่จะไม่ออกหาอาหาร เมื่อถึงฤดูผสมพันธุ์ ผึ้งนางพญาจะออกไปนอกรัง เพื่อผสมพันธุ์กับผึ้งตัวผู้ แล้วกลับมาวางไข่ในรัง

ผึ้งงาน เป็นผึ้งที่มีจำนวนประชากรมากที่สุดในรังผึ้ง มีหน้าที่หาอาหาร ดูแลตัวอ่อน ซ่อมแซมรัง ทำความสะอาดรัง และปกป้องรัง ผึ้งงานเหล่านี้จะเป็นผึ้งตัวเมีย แต่เป็นหมันไม่สามารถขยายพันธุ์ได้

ผึ้งตัวผู้ จะมีขนาดของลำตัวอ้วนกว่าผึ้งนางพญา และผึ้งงาน แต่ไม่มีเหล็กไน หน้าที่หลัก คือ ผสมพันธุ์กับผึ้งนางพญา เมื่อได้ปฏิบัติหน้าที่แล้วก็จะตาย นอกจากนี้ยังมีเรื่องน่าเศร้าอีกเรื่องหนึ่ง คือ ถ้ารังผึ้งอยู่ในภาวะขาดแคลนอาหาร ผึ้งตัวผู้จะไม่ได้รับอาหารจากผึ้งงาน และโดนคาบออกมาออกรัง จนต้องตายไปในที่สุด ผึ้งตัวผู้เกิดจากไข่ของผึ้งนางพญาที่ไม่ได้รับการผสม ซึ่งหมายความว่า “ผึ้งตัวผู้เป็นผึ้งที่มีแต่แม่ ไม่มีพ่อ”

เมื่อพิจารณาจำนวนผึ้งในแต่ละรุ่น จะได้ลำดับซึ่งสอดคล้องกับลำดับฟีโบนอกชี (Fibonacci sequence) ดังนี้

1. ลำดับของผลรวมของจำนวนผึ้งในแต่ละรุ่น คือ 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...
2. ลำดับของจำนวนผึ้งตัวเมียในแต่ละรุ่น คือ 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, ...
3. ลำดับของจำนวนผึ้งตัวผู้ในแต่ละรุ่น คือ 1, 0, 1, 1, 2, 3, 5, ...

มาถึงจุดนี้ผู้อ่านอาจสงสัยว่าลำดับฟีโบนอกชีคืออะไร ดังนั้นผู้เขียนจะขอกล่าวโดยสรุป ดังนี้

ในปี ค.ศ. 1202 นักคณิตศาสตร์ชาวอิตาลีชื่อว่า ลีโอนาร์โด พิซาโน ฟีโบนอกชี (Leonardo Pisano Fibonacci, ค.ศ. 1175 – 1250) ได้ศึกษาปัญหาเกี่ยวกับการขยายพันธุ์ของกระต่าย จนได้ลำดับฟีโบนอกชี คือ 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ... ซึ่งสามารถเขียนได้ในรูปความสัมพันธ์เวียนเกิด $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ สำหรับจำนวนเต็มบวก n ที่มากกว่า 2 โดยที่ $F_1 = 1$ และ $F_2 = 1$



รูปที่ 4 ลีโอนาร์โด พิซาโน ฟิโบนักชี
(ที่มา: <http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Fibonacci.jpg>)

นอกจากนี้ ถ้ากำหนดให้ผึ้งเดินภายในรังเมื่อพิจารณาจำนวนวิธีเดินของผึ้ง พบว่ามีความสอดคล้องกับลำดับฟีโบนักชีอีกด้วย โดยจะกล่าวถึงลักษณะของรังผึ้งก่อน

ในรังผึ้งจะประกอบด้วยช่องเล็ก ๆ ที่เรียกว่า “เซลล์” ที่มีหน้าตัดเป็นรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า นับพันเซลล์



รูปที่ 5 รังผึ้ง
(ที่มา: http://en.wikipedia.org/wiki/Honey_bee)

ถ้ากำหนดให้เซลล์เรียงกันได้เพียง 2 แถวเท่านั้น ดังรูปที่ 6 และเป้าหมายในการเดินของผึ้งจะต้องเดินจากเซลล์ซ้ายบนไปยังเซลล์ขวาสุด



รูปที่ 6 รังผึ้งที่มี 2 แถว

เมื่อพิจารณาวิธีเดินของผึ้ง จะได้จำนวนวิธีเดินของผึ้ง ดังนี้

จำนวนเซลล์	วิธีเดิน	จำนวนวิธี
2		1
3		2
4		3
5		5

เมื่อพิจารณาจำนวนวิธีเดินของผึ้ง จะได้ลำดับซึ่งสอดคล้องกับลำดับฟีโบนักชี คือ 1, 2, 3, 5, ...

ลำดับฟีโบนักชีนอกจากจะพบในรังผึ้งแล้ว ยังพบในลูกสน สับปะรด จำนวนกลีบของดอกไม้ และอื่น ๆ อีกมากมาย ซึ่งไม่ได้กล่าวไว้ในบทความนี้ แต่ผู้อ่านสามารถไปศึกษาได้ที่ หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ของสสวท.

จากที่กล่าวมาทั้งหมดนี้ ผู้เขียนหวังเป็นอย่างยิ่งว่าความรู้ที่เกี่ยวกับผึ้ง และคณิตศาสตร์ที่แอบแฝงอยู่ในรังผึ้ง จะทำให้ผู้อ่านมองเห็นว่า จริง ๆ แล้ว คณิตศาสตร์อยู่รอบตัวเรา เพียงแต่เราจะทราบหรือสังเกตเห็นหรือไม่ และหลังจากนี้ผู้เขียนจะเสาะหาเรื่องที่น่าสนใจมาเล่าสู่กันฟังอีก เพราะผู้เขียนเชื่อว่าความรู้ไม่ใช่ของเรา แต่เป็นของทุกคนที่ต้องการและใฝ่หาความรู้ค่ะ

บรรณานุกรม

Wikipedia. Fibonacci. สืบค้นเมื่อ 25 เมษายน 2556, จาก http://en.wikipedia.org/wiki/Fibonacci_number

ศักดิ์ดา บุญโต. (2547). ลำดับฟีโบนักชีและอัตราส่วนของ. กรุงเทพฯ: ศิลปการพิมพ์.
สิริวิวัฒน์ วงษ์ศิริ. (2532). ชีวิตวิทยาของผึ้ง (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: ต้นอ้อ.