

สะเต็มศึกษากับการแก้ปัญหา

เรื่องความน่าจะเป็น

ปรัชญาสำคัญอย่างหนึ่งของการจัดการเรียนรู้แบบสะเต็มศึกษา นอกเหนือจากการมุ่งเน้นการบูรณาการความรู้ต่างสาขาวิชาทั้งด้านวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ เทคโนโลยี และกระบวนการออกแบบทางวิศวกรรมเข้าด้วยกันแล้ว ยังประกอบไปด้วยการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนนำความรู้เหล่านั้นมาใช้ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ในชีวิตประจำวันรวมถึงการทำงานในสถานการณ์จริง เพื่อให้ผู้เรียนเล็งเห็นถึงประโยชน์ของทฤษฎีบทและองค์ความรู้จากสาขาวิชาต่าง ๆ เหล่านี้มากขึ้น

ลักษณะของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการคิดวิเคราะห์และแก้ปัญหาตามแนวทางของสะเต็มศึกษานี้สามารถนำมาประยุกต์ใช้ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็นได้ด้วย จากการเปิดโอกาสให้นักเรียนหาวิธีการแก้ปัญหาเพื่อการตัดสินใจ โดยนำเอาหลักการของความน่าจะเป็นมาใช้ส่งเสริมให้เกิดการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง

บทความนี้แสดงตัวอย่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องความน่าจะเป็น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ประยุกต์เอาแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหานำตามแบบสะเต็มศึกษาจำนวนสองกิจกรรม ซึ่งล้วนเป็นกิจกรรมที่นักเรียนจะได้เผชิญปัญหาในสถานการณ์จริง รวมทั้งได้ลงมือปฏิบัติในการทำกิจกรรมอย่างมีส่วนร่วม ซึ่งกิจกรรมทั้งสองนี้ มีจุดประสงค์หลักเพื่อให้ผู้เรียนได้เข้าใจหลักพื้นฐานของความน่าจะเป็น ตามสูตรดังต่อไปนี้

$$\text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่สนใจ} = \frac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่สนใจ}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นได้}}$$

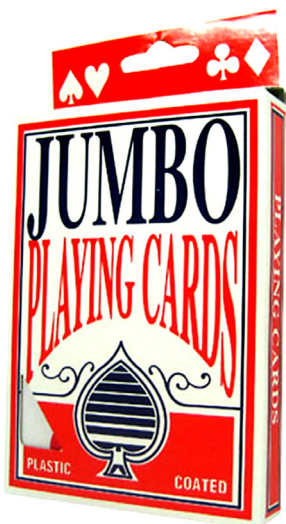
เมื่อแต่ละผลลัพธ์ที่อาจเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่า ๆ กัน

กิจกรรมที่ 1: ไพ่เสี่ยงรัก

ตัวอย่างสำคัญเนื้อหาหนึ่งที่น่าสนใจในการจัดการเรียนการสอนเรื่องความน่าจะเป็นก็คือการหาความน่าจะเป็นที่เกี่ยวข้องกับการหยิบไพ่ ซึ่งนักเรียนจำเป็นต้องรู้จักหน้าทั้งสี่และแต้มทั้งสิบสามของไพ่หนึ่งสำรับจำนวน 52 ใบในการคำนวณหาความน่าจะเป็นกรณีต่าง ๆ กิจกรรม “**ไพ่เสี่ยงรัก**” เป็นกิจกรรมที่สามารถแนะนำให้นักเรียนรู้จักหน้าและแต้มของไพ่ในหนึ่งสำรับ รวมทั้งท้าทายให้นักเรียนประเมินว่าโอกาสที่จะสุ่มหยิบไพ่จากหนึ่งสำรับให้ได้หน้าและแต้มไพ่ตามกรณีต่าง ๆ มีมากหรือน้อยเพียงใด

ก่อนอื่น ครูผู้สอนควรแนะนำนักเรียนก่อนว่าไพ่หนึ่งสำรับจะมีหน้าที่แตกต่างกัน 4 หน้า นั่นคือ [♠ โปดำ หรือ Spade] [♥ โพแดง หรือ Heart] [♣ ดอกจิก หรือ Club] และ [♦ ข้าวหลามตัด หรือ Diamond]

ในแต่ละหน้าจะมีแต้มที่แตกต่างกัน 13 แต้ม นั่นคือ A, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, J, Q และ K รวมทั้งสิ้น 52 ใบ ทั้งนี้ครูผู้สอนอาจใช้ไพ่ขนาดใหญ่สำหรับเล่นมายากล Jumbo Playing Cards ซึ่งมีขนาดประมาณ 8x12 นิ้ว เพื่อให้ผู้เรียนสามารถมองเห็นได้ทั้งชั้นเรียนและสามารถหาซื้อได้จากร้านขายอุปกรณ์มายากลทั่วไป



รูปที่ 1 ไพ่ขนาดใหญ่สำหรับกิจกรรม 'ไฟเลี้ยงรัก'
(ที่มา: <http://www.ukplayingcardcompany.co.uk>)

จากนั้นครูอาจท้าทายนักเรียนด้วยการสร้างสถานการณ์ให้ มีตัวละครสมมติ เช่น นายคณิตกำลังตกหลุมรักสาวสวยผู้หนึ่ง อยู่และต้องการรู้ว่าสาวสวยผู้นั้นมีใจให้หรือไม่ จึงเสี่ยงทายว่าถ้า เขาสุ่มหยิบไพ่ขึ้นจากสำรับจำนวน 1 ใบ แล้วได้ไพ่หน้าโพแดง ♥ หรือ แด้มจำนวนคู่ เขาจะสมหวังในความรัก แต่ถ้าไม่ใช่ เขา จะผิดหวังในความรัก แล้วให้นักเรียนทุกคนพิจารณาหาคำตอบว่า โอกาสที่นายคณิตจะเสี่ยงทายแล้วได้ไพ่หน้าโพแดง ♥ หรือ แด้มจำนวนคู่ กับได้ไพ่หน้าและแด้มอื่น ๆ แบบใดจะมากกว่ากัน ก่อนที่จะเริ่มการทดลองจริงด้วยการให้นักเรียนทั้งชั้นสุ่มหยิบไพ่ จากสำรับคนละหนึ่งใบโดยใส่คืนและสับไพ่ใหม่ทุกครั้งพร้อมทั้ง บันทึกผลเพื่อสำรวจผลลัพธ์ที่เกิดขึ้น

สถานการณ์ลักษณะนี้สามารถกระตุ้นให้นักเรียนวิเคราะห์ ได้ว่ากรณีที่นายคณิตจะสุ่มหยิบได้ไพ่หน้าโพแดง ♥ หรือ แด้ม จำนวนคู่ มีกี่แบบและมีแบบใดบ้าง และกรณีที่นายคณิตจะสุ่ม หยิบไพ่แล้วไม่สมหวังมีกี่แบบและแบบใดบ้าง เพื่อนำมาเปรียบเทียบ ประกอบการตัดสินใจหาคำตอบ

หลังจากเปิดโอกาสให้นักเรียนได้วิเคราะห์ปัญหาด้วยตนเอง และร่วมกันทดลองจริงเพื่อหาคำตอบแล้ว ครูอาจนำสรุปลักษณะ แจกกรณีเพื่อเปรียบเทียบว่ากรณีที่นายคณิตจะสมหวังและไม่ สมหวังแบบใดจะมากกว่ากัน ดังต่อไปนี้

ในการสุ่มหยิบไพ่หนึ่งใบจากสำรับ จะมีผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ที่ แตกต่างกันทั้งหมด 52 แบบดังนี้

- ♠ (A, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K)
- ♥ (A, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K)
- ♣ (A, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K)
- ♦ (A, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K)

หากเราสนใจกรณีที่นายคณิตจะสมหวัง นั่นคือ หยิบได้ไพ่ หน้าโพแดง ♥ หรือ แด้มจำนวนคู่จะมี 28 แบบ ดังนี้

- ♠ (2, 4, 6, 8, 10)
- ♥ (A, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K)
- ♣ (2, 4, 6, 8, 10)
- ♦ (2, 4, 6, 8, 10)

ดังนั้นสามารถหาความน่าจะเป็นที่นายคณิตจะสมหวังได้ จากสูตร

$$\begin{aligned} \text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่สนใจ} &= \frac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่สนใจ}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นได้}} \\ &= \frac{28}{52} \end{aligned}$$

ในทางกลับกันกรณีที่นายคณิตจะไม่สมหวังจากการหยิบไพ่ จะมี 24 แบบ ดังนี้

- ♠ (A, 3, 5, 7, 9, J, Q, K)
- ♣ (A, 3, 5, 7, 9, J, Q, K)
- ♦ (A, 3, 5, 7, 9, J, Q, K)

และสามารถหาความน่าจะเป็นในทำนองเดียวกันได้ $= \frac{24}{52}$

ดังนั้นเมื่อเปรียบเทียบแล้ว ความน่าจะเป็นที่นายคณิตจะ สุ่มหยิบไพ่จากสำรับขึ้นมาหนึ่งใบแล้วสมหวังนั่นคือได้ไพ่น้ำ โพแดง ♥ หรือ แด้มจำนวนคู่ มีค่าสูงกว่า ดังนั้นจึงควรตอบว่า โอกาสที่นายคณิตจะสมหวังมีมากกว่าโอกาสที่นายคณิตจะไม่ สมหวัง

อย่างไรก็ดีจากการทดลองจริงในชั้นเรียน อาจพบว่าจำนวนครั้งที่นักเรียนหยิบไพ่แล้วเป็นกรณีสมหวังน้อยกว่ากรณีไม่สมหวัง ซึ่งไม่สอดคล้องกับความน่าจะเป็นที่คำนวณได้ ครูก็อาจใช้โอกาสนี้ในการนำอภิปรายถึงความแตกต่างระหว่างความน่าจะเป็นในทางทฤษฎีและความน่าจะเป็นในทางปฏิบัติ รวมทั้งชี้แจงด้วยว่า หากมีการสุ่มหยิบไพ่ไปเรื่อย ๆ เป็นจำนวนหมื่น ๆ แสน ๆ ครั้ง จำนวนผลลัพธ์ของกรณีสมหวังและไม่สมหวังจะเข้าใกล้ความน่าจะเป็นที่คำนวณได้มากขึ้น ๆ

จากการทดลองนำไปใช้ในชั้นเรียนพบว่านักเรียนสนุกสนานไปกับกิจกรรมและพยายามหาวิธีเปรียบเทียบจำนวนกรณีของการหยิบไพ่แล้วสมหวังและผิดหวังด้วยตนเองอย่างมีส่วนร่วม อย่างไรก็ตามผู้เขียนพบว่านักเรียนหลายคนไม่เข้าใจตัวดำเนินการทางตรรกศาสตร์ **หรือ** มากนัก และเข้าใจว่านายคณิตจะต้องหยิบได้ไพ่หน้าโพแดงที่มีแต้มเป็นจำนวนคู่เท่านั้น จึงจะสมหวัง ซึ่งก็เป็นโอกาสอันดีที่ครูผู้สอนจะได้อธิบายตัวดำเนินการทางตรรกศาสตร์ **หรือ** ให้นักเรียนได้เข้าใจตรงกันว่าสามารถสอดคล้องกับกติกาได้ทันทีถ้ามีเพียงหนึ่งกรณีที่เป็นจริงในขณะที่ตัวดำเนินการทางตรรกศาสตร์ **และ** จะต้องเป็นจริงทั้งสองกรณีเท่านั้น โดยครูผู้สอนอาจแสดงให้นักเรียนเข้าใจด้วยการร่วมกันทำกิจกรรม **“ไฟเสียงรัก”** ใหม่อีกครั้ง แต่เปลี่ยนกติกาว่า นายคณิตจะสมหวังก็ต่อเมื่อหยิบได้ไพ่หน้าโพแดง ♥ **และ** ได้แต้มจำนวนคู่เท่านั้น เพื่อสำรวจว่า ความน่าจะเป็นและคำตอบที่ได้จะแตกต่างไปหรือไม่จากการเปลี่ยนตัวดำเนินการทางตรรกศาสตร์จาก **“หรือ”** เป็น **“และ”** เพียงแค่คำเดียว

กิจกรรมที่ 2: คนละสีเดียวกัน

กิจกรรมความน่าจะเป็นอีกกิจกรรมหนึ่งซึ่งสามารถปรับให้เป็นแนวทางสะสมได้ คือกิจกรรมการสุ่มหยิบลูกปิงปองสีต่าง ๆ จากถังสีทึบ โดยอาจกำหนดให้มีลูกปิงปองขนาดเท่ากันจำนวน 5 ลูก เป็นลูกปิงปองสีฟ้าเหมือนกันจำนวน 3 ลูก และเป็นลูกปิงปองสีส้มเหมือนกันจำนวน 2 ลูก แล้วให้นักเรียนทายว่า ถ้าให้นักเรียนทั้งชั้นสุ่มหยิบลูกปิงปองจำนวนสองลูกขึ้นมาพร้อมกัน โอกาสที่จะได้ลูกปิงปองสีเดียวกันหรือต่างสีกันจะมากกว่า แล้วให้นักเรียนบันทึกคำตอบของตัวเองลงในสมุดก่อนเริ่มต้นการทดลองสุ่ม

ก่อนเริ่มกิจกรรมนั้น ครูอาจชี้แจงให้นักเรียนทราบก่อนว่า ลูกปิงปองที่มีขนาดเท่ากันและมีสีเดียวกันเป็นลูกปิงปองที่ต่างลูกกัน และจำเป็นต้องแยกแยะเสียก่อนว่าลูกปิงปองลูกใดเป็นลูกใด โดยอาจใช้ปากกาเขียนหมายเลขกำกับลูกปิงปองแต่ละลูก เช่น ลูกปิงปองสีฟ้าลูกที่ 1, 2, 3 และ ลูกปิงปองสีส้มลูกที่ 1, 2 ดังแสดงในรูปที่ 2 เพื่อให้ทราบว่าลูกปิงปองที่หยิบได้เป็นลูกใด



รูปที่ 2 ลูกปิงปองสีฟ้าและสีส้มที่มีหมายเลขกำกับ

และอาจตั้งชื่อลูกปิงปองแต่ละลูกจากสีและหมายเลขได้ดังนี้ $ฟ้า_1$ $ฟ้า_2$ $ฟ้า_3$ $ส้ม_1$ $ส้ม_2$

จากนั้นครูอาจให้นักเรียนลองคิดหาวิธีเขียนผลลัพธ์จากการสุ่มหยิบลูกปิงปองเหล่านี้จากถังสีทึบขึ้นมาสองลูกพร้อม ๆ กันว่า สามารถเป็นอะไรได้บ้างด้วยวิธีการของตนเอง พร้อมทั้งสรุปว่ามีผลลัพธ์ทั้งหมดที่เป็นไปได้กี่แบบ เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนใช้กระบวนการทางวิศวกรรมออกแบบวิธีการเขียนผลลัพธ์เพื่อให้ได้ครบถ้วนทุกกรณี โดยครูอาจต้องเน้นย้ำว่าการหยิบลูกปิงปองสองลูกพร้อม ๆ กัน ลำดับในการเขียนผลลัพธ์จะไม่มีผล เช่น $ฟ้า_3$ - $ส้ม_2$ กับ $ส้ม_2$ - $ฟ้า_3$ ถือเป็นกรณีที่เหมือนกัน และจะต้องไม่เขียนซ้ำ

เมื่อนักเรียนรวบรวมผลลัพธ์แบบต่าง ๆ ที่อาจเกิดขึ้นจนมั่นใจว่าครบแล้ว ครูจึงถามคำถามของกิจกรรมอีกครั้งว่า โอกาสที่จะหยิบได้ลูกปิงปองสีเดียวกันหรือต่างสีกันจะมากกว่า แล้วให้นักเรียนเขียนคำตอบพร้อมอธิบายเหตุผลของตนเองลงในสมุด ก่อนที่จะเริ่มต้นการทดลองด้วยการให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการสุ่มหยิบลูกปิงปองจากถังสีทึบมาจริง ๆ พร้อมทั้งบันทึกผลการหยิบลูกปิงปองแต่ละครั้งโดยควรกำกับหมายเลขของลูกปิงปองให้ชัดเจนด้วย เช่น หยิบได้ลูกปิงปอง $ฟ้า_3$ - $ส้ม_1$ เป็นต้น ปิดท้ายด้วยการสรุปผลว่านักเรียนทั้งชั้น หยิบได้ลูกปิงปองสีเหมือนกันหรือต่างกันเป็นจำนวนกี่ครั้ง และแบบไหนมีจำนวนมากกว่า



รูปที่ 3 นักเรียนมีส่วนร่วมในการทลายและหีบลูกปิงปองในกิจกรรม “คนละสี่เดียวกัน”

สำหรับการสุ่มหีบลูกปิงปองสีฟ้า 3 ลูก สีส้ม 2 ลูก จากถังสีที่บดแสดงในกิจกรรมนี้ ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นมีทั้งสิ้น 10 แบบ คือ

ฟ้า₁-ฟ้า₂ ฟ้า₁-ฟ้า₃ ฟ้า₁-ส้ม₁ ฟ้า₁-ส้ม₂ ฟ้า₂-ฟ้า₃ ฟ้า₂-ส้ม₁ ฟ้า₂-ส้ม₂
ฟ้า₃-ส้ม₁ ฟ้า₃-ส้ม₂ และ ส้ม₁-ส้ม₂

ซึ่งเมื่อนักเรียนได้หีบลูกปิงปองครบแล้ว ครูอาจนำสรุปด้วยการแสดงการคำนวณความน่าจะเป็นว่า

ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกปิงปองสีเดียวกัน = $\frac{4}{10}$ เนื่องจากมีผลลัพธ์ที่ได้สีเหมือนกัน 4 แบบ

ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกปิงปองต่างสีกัน = $\frac{6}{10}$ เนื่องจากมีผลลัพธ์ที่ได้สีต่างกัน 6 แบบ

ดังนั้นโอกาสที่จะหีบได้ลูกปิงปองต่างสีกันจึงมากกว่า เนื่องจากมีค่าความน่าจะเป็นที่สูงกว่า และจะแตกต่างจากการเปรียบเทียบโอกาสด้วยการแจกแจงผลลัพธ์โดยไม่คำนึงถึงจำนวนลูกปิงปอง เช่น การสรุปว่าผลลัพธ์ที่เป็นไปได้มี ฟ้า-ฟ้า ส้ม-ส้ม และ ฟ้า-ส้ม โอกาสที่ได้สีเหมือนกันจึงมากกว่า ซึ่งเป็นความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนเพราะแต่ละกรณีมีโอกาสเกิดขึ้นไม่เท่ากัน โดยครูผู้สอนอาจเน้นย้ำให้นักเรียนเห็นถึงความแตกต่างในจุดนี้ด้วย

จากตัวอย่างกิจกรรมความน่าจะเป็นตามแนวทางสะเต็มที่ได้ยกตัวอย่างมานี้ น่าจะแสดงให้เห็นถึงแนวการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยการใช้กระบวนการคิดวิเคราะห์และแก้ปัญหาเพื่อนำนักเรียนเข้าสู่เนื้อหาและทฤษฎีด้วยตัวเองได้เป็นอย่างดี นับเป็นการกระตุ้นให้ผู้เรียนสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตัวเองผ่านกิจกรรมที่เป็นรูปธรรม ทำให้ผู้เรียนสามารถทำความเข้าใจและจดจำหลักการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถ่องแท้และยั่งยืนมากยิ่งขึ้น

ขอขอบคุณ อาจารย์นิติกาญจน์ ไกรสิทธิพัฒน์ และ อาจารย์ศิริบุญ อักษรกิตติ์ จากโรงเรียนปทุมคงคา สำหรับคำแนะนำในการวางแผนและการทดลองกิจกรรมกับนักเรียน



บรรณานุกรม

Bybee, R. W. (2011). *Scientific and Engineering Practices in K-12 Classrooms: Understanding A Framework for K-12 Science Education. Science Teacher. 78(9), 34-40.*

Katehi, L., Pearson, G. and Feder, M. (2009). *Engineering in K-12 Education: Understanding the Status and Improving the Prospects.* Washington, D.C.: National Academies Press.

Piaget, J. (1972). *The Principle of Genetic Epistemology.* London: Routledge&Kegan Paul.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2554). *หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.* กรุงเทพมหานคร: องค์การฯ สกสศ.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). *คู่มือครูรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.* กรุงเทพมหานคร: องค์การฯ สกสศ.