

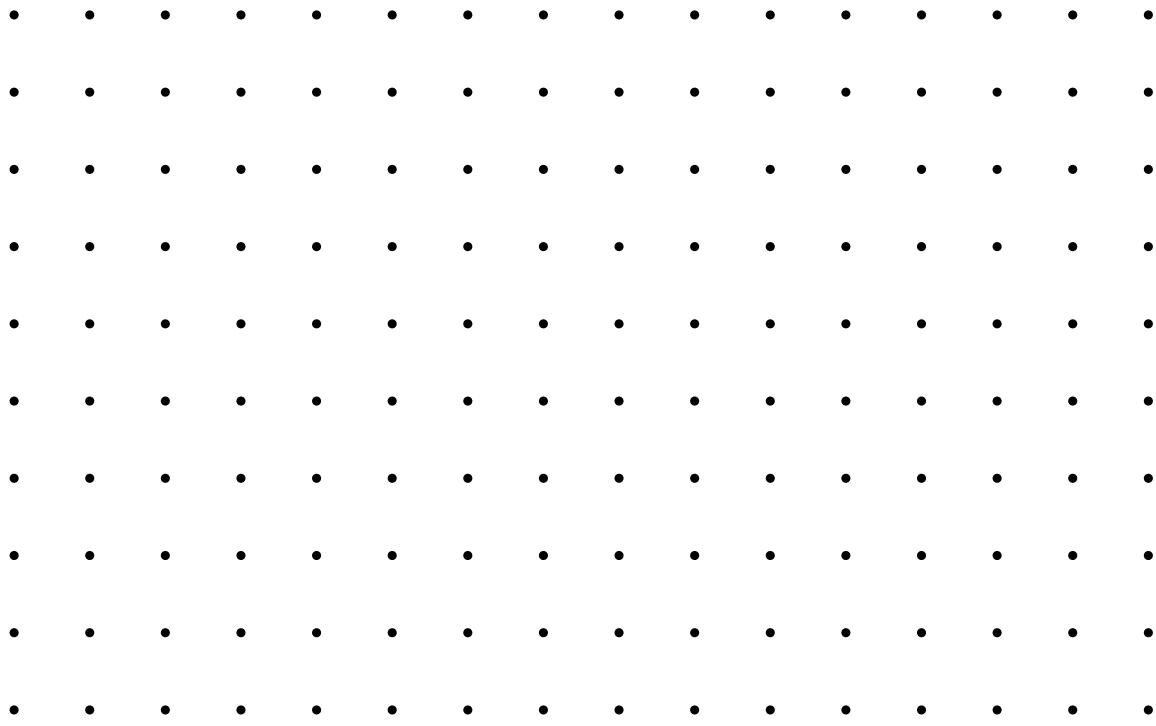


สนุกคิดกับคณิตชวนงง

ชมัยพร ตั้งตน*

กอลัมนี่ จัดไว้เพื่อความสุขของนักคิดทุก ๆ ท่าน ข้อได้เปรียบสำหรับนักคิดคณิตศาสตร์นั้นมีประการหนึ่ง คือ ปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งอาจนำเสนอในรูปแบบก็ได้ นั่น ส่วนใหญ่เป็นปัญหาที่ท้าทายมองดูคล้ายกับง่าย ๆ เกือบจะได้คำตอบอยู่แล้ว อันเป็นเสน่ห์ที่ชวนให้ติดตามเฝ้าคิดตลอดเวลา แต่เมื่อพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 ประกาศเจตนารมณ์ที่ชัดเจนว่าต้องการให้ผู้เรียนคิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาได้ คอลัมนี่จึงมีความจำเป็นที่จะขออนุญาตขจัดใจนักคิด อภิปรายปัญหาเพิ่มเติมไว้ อันที่จริงการอภิปรายนั้นมีทั้งข้อดีและข้อด้อย ข้อดี คือ ผู้อ่านได้ข้อคิดเพิ่มเติมมากขึ้นกว่าเฉลย ข้อด้อย คือ เมื่อเห็นเฉลยแล้วก็ป็นอันตัดโอกาสการฝึกคิดได้เอง แต่เนื่องจากเราต้องส่งเสริมการศึกษาตามอัธยาศัยด้วย จึงขอให้ผู้อ่านพิจารณาเองว่าอ่านถึงไหนควรจะปิดหนังสือคิด ด้วยตนเองก่อนที่จะอ่านต่อไป ฉบับนี้ “เกมสนุกสนุกคิดกับคณิตชวนงง” จะขอชวนผู้อ่านเล่นกลคล้ายย้อนในฤดูฝนกันคะ

โดยปกติแล้วนักมายากลจะต้องเตรียมอุปกรณ์ที่ซับซ้อนเป็นพิเศษมาใช้ใหม่คะ แต่สำหรับมายากลที่เน้นเกมคณิตศาสตร์สนุก ๆ แต่ต้องการให้ลูกคิดนี้ อุปกรณ์ที่ซับซ้อนไม่จำเป็น ขอให้ใช้กระดาษตารางหน่วยที่กำหนดให้ต่อไปนี้



*ผู้ชำนาญ สาขาคณิตศาสตร์มัธยมศึกษา สสวท. E-mail : cthan@ipst.ac.th

ต่อไปนี้เป็นคำสั่งของนักมายากล ให้ท่านปฏิบัติ

เงิบนรูปลายเนลิ้งม (นลายตักน) ตามใจชอบโดยที่

1. แต่ละตักนต้องเป็นส่วนของเส้นตรง (ไม่ใช่เส้นโค้ง)
2. จุดปลายของส่วนของเส้นตรงนั้น จะต้องอยู่บนจุดที่กำหนด ในกระดาษตารางข้างต้น
3. การลากเส้นเชื่อมต่อรูปเนลิ้งมต้องมาจากที่จุดเริ่มต้นเสมอ

ในขณะที่รอให้ท่านเขียนรูปหลายเหลี่ยมสัก 2 - 3 รูป (โดยลงมือปฏิบัติจริงก่อนอ่านต่อไป) นักมายากลจะให้ท่านชมภาพที่สวยงาม ๆ คลายเครียด



ถึงตอนนี้ บนกระดาษตารางของท่านคงจะมีรูปหลายเหลี่ยมอยู่แล้ว 2 - 3 รูป จึงจะสามารถเล่นกลต่อไป **ไม่ต้องให้นักมายากลเห็นรูปที่ท่านวาด**

คำสั่งต่อไปของนักมายากล ให้ท่านปฏิบัติ เมื่อกำหนดให้ระยะห่างของจุด 2 จุด เป็นหนึ่งหน่วย

1. ทากันที่ของรูปนลายเนลิ้งมที่ท่านวาดได้ในแต่ละรูป แล้วบันทึกไว้เป็นความลับ **ไม่ต้องบอกนักมายากล**
2. นับจำนวนจุดบนเส้นรอบรูป และจุดภายในรูปของรูปนลายเนลิ้งมแต่ละรูป **บันทึกหรือจำไว้**

ต้องสงสัยแน่นอนว่านักมายากลให้หาสิ่งเหล่านี้ทำไม เก็บความสงสัยไว้ก่อน มิฉะนั้นจะไม่ใช้การเล่นกล ถ้าบอกท่านตอนนี้

ขั้นต่อไป ให้ท่านบอกข้อมูลต่อไปนี้แก่นักมายากล จากรูปหลายเหลี่ยมที่ท่านเขียนไว้ รูปใดรูปหนึ่ง

1. จำนวนจุดบนเส้นรอบรูปมีกี่จุด
2. จำนวนจุดภายในรูปมีกี่จุด

แล้วนักมายากล จะบอกว่ารูปหลายเหลี่ยมรูปนั้นมีพื้นที่ที่ตารางหน่วยทันทีที่ท่านบอกข้อมูลครบทั้ง 2 ข้อ

ท่านผู้อ่านเกิดความรูสึกว่าฉงนแล้วใช่ไหม ? เพราะนักมายากลมิได้เห็นรูปที่ท่านวาด แต่สามารถบอกได้ว่ารูปนั้นมีพื้นที่เท่าไร โดยรู้ข้อมูลเพียง

1. จำนวนจุดบนเส้นรอบรูป
2. จำนวนจุดภายในรูป

ในขณะที่นักมายากลแสดงบนเวที เรามาคิดกันดีกว่าว่าเขาทำได้อย่างไร โดยสังเกตจากข้อมูลที่คนอื่น ๆ บอกนักมายากล เช่น

คนที่ 1	จำนวนจุดบนเส้นรอบรูป	14	จุด
	จำนวนจุดภายในรูป	6	จุด
นักมายากล	มีพื้นที่	12	ตารางหน่วย
คนที่ 1	ถูกต้อง		
คนที่ 2	จำนวนจุดบนเส้นรอบรูป	18	จุด
	จำนวนจุดภายในรูป	6	จุด
นักมายากล	มีพื้นที่	14	ตารางหน่วย
คนที่ 2	ถูกต้อง		
คนที่ 3	จำนวนจุดบนเส้นรอบรูป	34	จุด
	จำนวนจุดภายในรูป	22	จุด
นักมายากล	มีพื้นที่	38	ตารางหน่วย
คนที่ 3	ถูกต้อง		
คนที่ 4	จำนวนจุดบนเส้นรอบรูป	10	จุด
	จำนวนจุดภายในรูป	2	จุด
นักมายากล	มีพื้นที่	6	ตารางหน่วย
คนที่ 4	ถูกต้อง		
คนที่ 5	จำนวนจุดบนเส้นรอบรูป	14	จุด
	จำนวนจุดภายในรูป	2	จุด
นักมายากล	มีพื้นที่	8	ตารางหน่วย
คนที่ 5	ถูกต้อง		

จากข้อมูลที่นักมายากลทายเพื่อน ๆ 5 รูป ท่านคงพอจะจับเคล็ดลับของนักมายากลได้แล้วใช่ไหม ตัวท่านเองก็วาดรูปหลายเหลี่ยมไว้แล้ว ตั้ง 2 - 3 รูป ตรวจสอบดูว่าแนวคิดของท่านถูกต้องหรือไม่

.....

ข้ออภิปรายสำหรับคุณครู

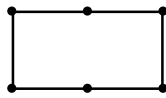
การเล่นแสดงมายากลข้างต้น ท่านสามารถนำไปจัดกิจกรรมให้นักเรียนคิดได้ตั้งแต่ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ขึ้นไป สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มายากลข้างต้นจะยากสำหรับเขา แต่เมื่อเราต้องการสอนให้นักเรียนคิดเป็น เราต้องเปิดโอกาสให้เขาคิด..... โดยครูให้คำแนะนำเพิ่มเติม มีใช่เฉลยคำตอบ เพราะปัญหาคณิตศาสตร์เมื่อรู้คำตอบแล้วปัญหานั้นก็หมดความหมาย นักเรียนมิได้พัฒนาทักษะกระบวนการและหมดสนุก.....

เมื่อโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ยากและซับซ้อนเกินไปสำหรับนักเรียน แนวทางหนึ่งที่ครูจะช่วยให้ คือ

ใช้ยุทธวิธีทำปัญหาให้ง่ายเพื่อช่วยสร้างแนวคิดในการแก้ปัญหาหรือค้นหาแบบรูปของคำตอบ และนำแนวคิดนั้นมาพัฒนาเพื่อแก้ปัญหา ที่กำหนดได้

สำหรับปัญหานี้ ครูทำปัญหาให้ง่ายลงโดยจำกัดตัวแปรให้เหลือตัวเดียว ด้วยโจทย์ดังนี้

ให้นักเรียนเขียนรูปหลายเหลี่ยม โดยไม่มีจุดภายใน เช่น



เป็นต้น

ให้นักเรียนบอกจำนวนจุดบนเส้นรอบรูป

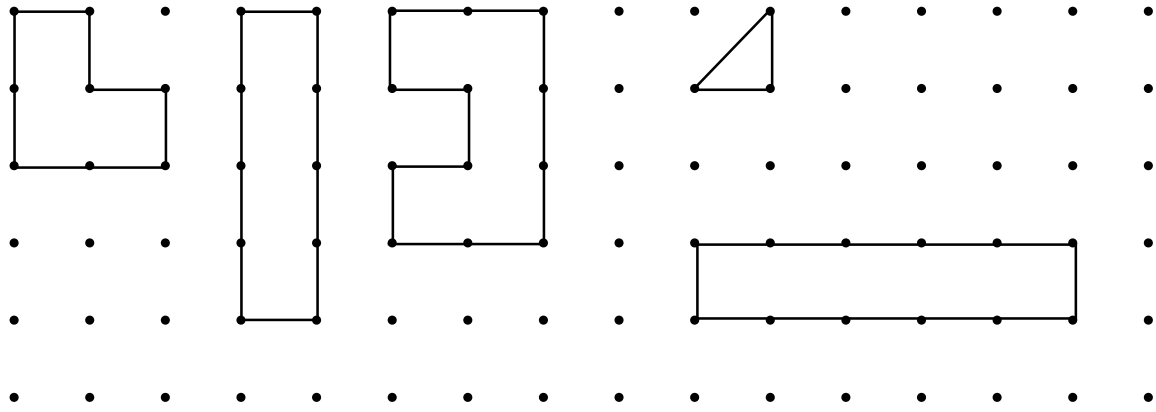
ครูทอย พื้นที่ของรูปทันทีโดยไม่เห็นรูปที่นักเรียนเขียนไว้

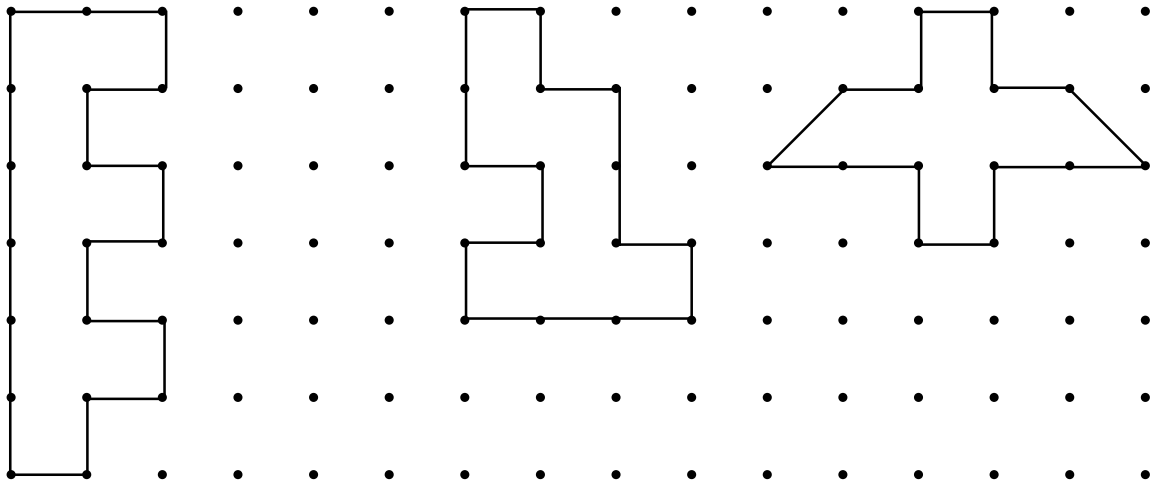
เมื่อทำกิจกรรมให้ง่ายลงแล้ว นักเรียนก็สามารถสังเกตแบบรูป จากข้อมูลที่เพื่อน ๆ บอก และสร้างเป็นสูตรในใจของตนเองได้ เช่น ตัวอย่าง จำนวนจุดบนเส้นรอบรูปที่เพื่อนบอกครู และพื้นที่ที่ครูทอย

คนที่ 1 จำนวนจุดบนเส้นรอบรูป	4 ครู	พื้นที่ 1 ตารางหน่วย
คนที่ 2 จำนวนจุดบนเส้นรอบรูป	6 ครู	พื้นที่ 2 ตารางหน่วย
คนที่ 3 จำนวนจุดบนเส้นรอบรูป	8 ครู	พื้นที่ 3 ตารางหน่วย
คนที่ 4 จำนวนจุดบนเส้นรอบรูป	10 ครู	พื้นที่ 4 ตารางหน่วย
คนที่ 5 จำนวนจุดบนเส้นรอบรูป	12 ครู	พื้นที่ 5 ตารางหน่วย

เมื่อถึงขั้นตอนนี้ นักเรียนบางคนสามารถบอกพื้นที่ได้แล้ว เมื่อเพื่อนบอกจำนวนจุดบนเส้นรอบรูปมาให้ เช่น ถ้าจำนวนจุดบนเส้นรอบรูป 20 พื้นที่จะเท่ากับ 9 ตารางหน่วย เมื่อถึงขั้นนี้ครูสามารถชี้แนะให้นักเรียนสังเกตในรูปทั่วไปว่า ถ้าให้จำนวนจุดบนเส้นรอบรูปเป็น x จุด จะมีพื้นที่ $\frac{x}{2} - 1$

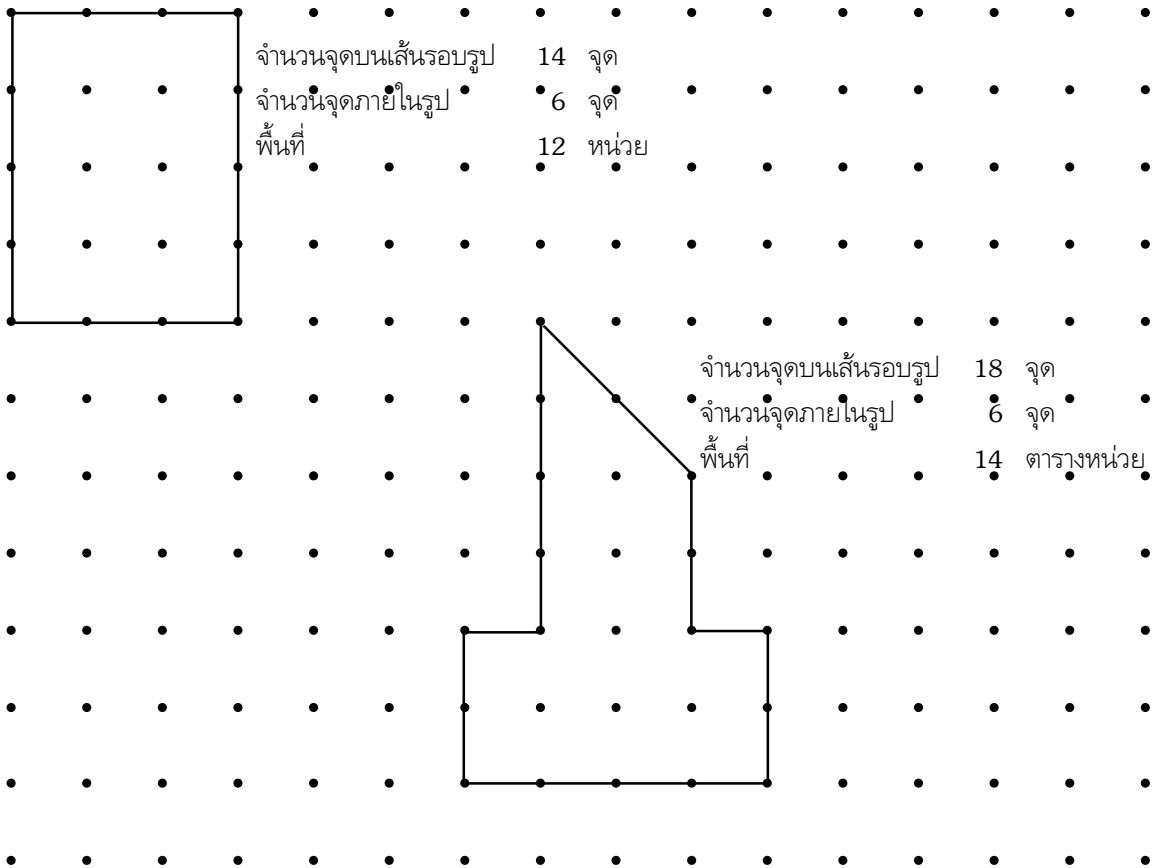
จากนั้นครูให้นักเรียนนำรูปทั่วไป (ซึ่งครูอาจใช้ภาษาที่สื่อความหมายกับเด็ก ในทางสนุกสนานว่าสูตรลับ) ที่คิดไว้ ไปทดสอบกับรูปใหม่ ๆ ที่นักเรียนวาดขึ้น ไม่ว่าจะเป็รูปขนาดใดก็ตาม เช่น

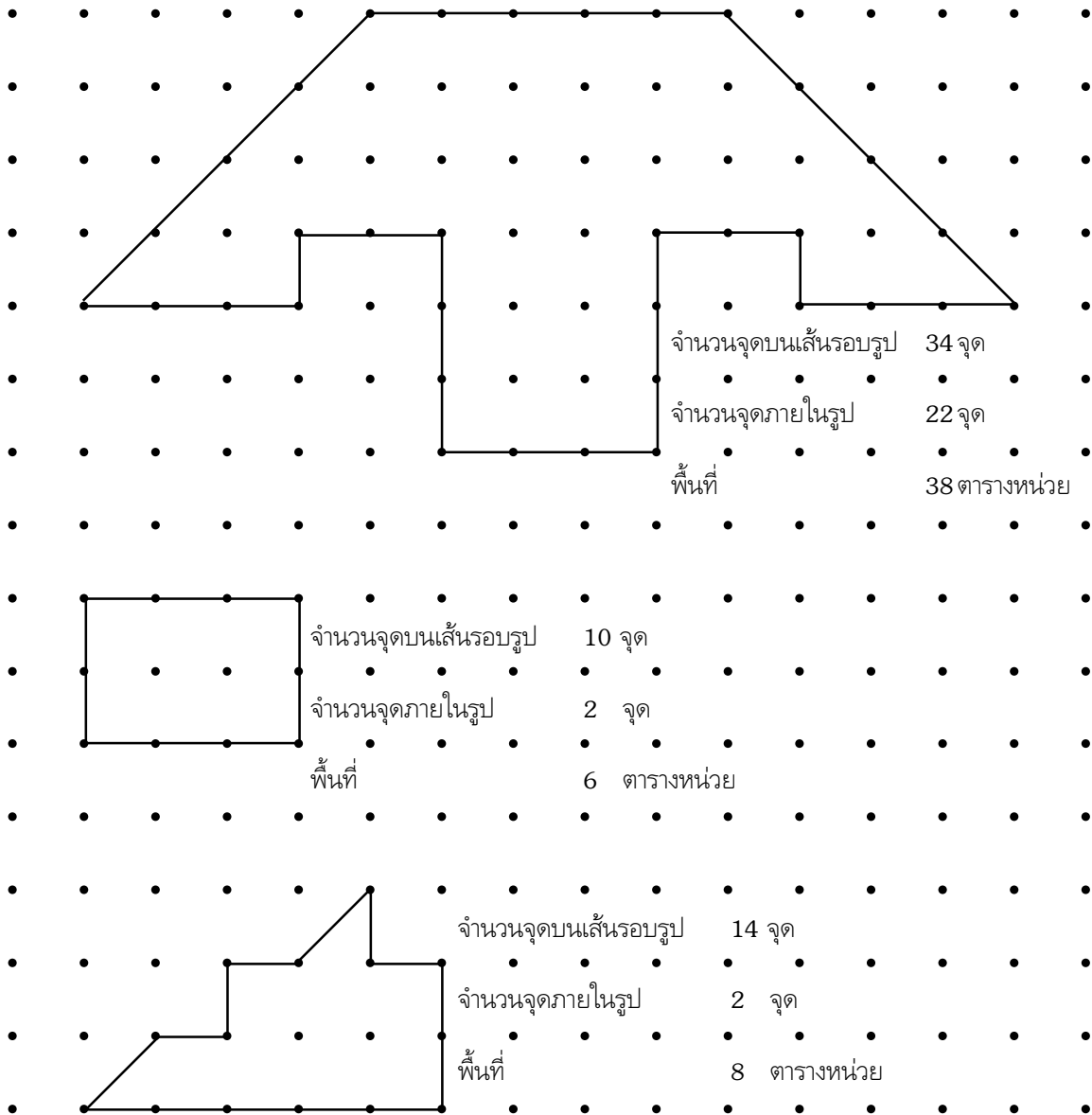




เมื่อนักเรียนค้นพบแบบรูปของสูตรลับของรูปหลายเหลี่ยมที่ไม่มีจุดภายในได้แล้ว มายากลับปัญหาแรกก็จะเป็นเรื่องที่ทำทายเป็นให้นักเรียนหาคำตอบ ซึ่งครูจะพบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถค้นพบได้ เมื่อครูลงเวลา

ตัวอย่างรูปที่นักเรียนวาด





ครูควรชี้แนะให้นักเรียนสังเกตรูปแบบรูปของความสัมพันธ์ของจำนวนทั้งสามในแต่ละรูป แล้วสร้างข้อคาดเดาก่อนที่จะดูเฉลย

เฉลย รูปหลายเหลี่ยมที่มีจุดบนเส้นรอบรูป x จุด
 และมีจุดภายในรูป y จุด
 จะมีพื้นที่เท่ากับ $\frac{1}{2} x + y - 1$