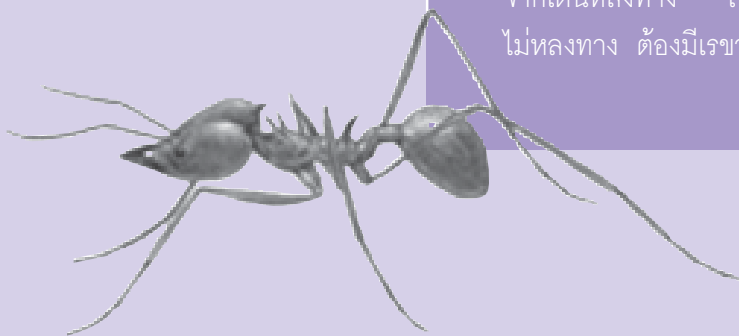


มูมมดๆ

ท่านผู้อ่านทราบหรือไม่ว่า สิ่งมีชีวิตขนาดกระจ้อยร่อยอย่างมด ก็จำเป็นต้องใช้เรขาคณิตกับเขาด้วยเหมือนกัน

โดยธรรมชาติมดจะเดินทางบนเส้นทางที่กำหนดไว้โดยฟีโรโมน เส้นทางที่ว่าแตกแขนงออกเป็นหลายแยก หลายสาย คำถามก็คือ มดหาทางกลับรังถูกได้อย่างไร! มดเคยหลงทางบ้างหรือไม่! และผู้ที่สามารถให้คำตอบได้ก็คือคณะนักวิจัยจากมหาวิทยาลัยเซฟฟิลด์ (University of Sheffield) สหราชอาณาจักร Duncan Jackson และคณะได้ทำการศึกษาพฤติกรรมของมดและตั้งข้อสังเกตว่า มดสปีชีส์ *Monomorium pharaonis* และแมลงที่กัดกินใบหลายสปีชีส์สร้างทางเดินออกจากรัง โดยแต่ละเส้นทางที่แตกแขนงออกไปนั้นจะทำมุมระหว่าง 50 - 60 องศา ในการเดินทางกลับรัง เมื่อมดพบทางแยก มันจะเลือกทางที่เบี่ยงน้อยที่สุด คณะของ Duncan ได้ทำการทดลองให้มดเดินทางในเส้นทางจำลองที่คณะของเขาสร้างขึ้น โดยกำหนดให้แต่ละเส้นทางมีทางแยกแตกแขนงออกไปโดยทำมุมขนาดต่าง ๆ กัน แล้วสังเกตว่ามดจะหาทางกลับรังถูกหรือไม่ ผลการทดลองพบว่า มดที่ดีที่สุดสำหรับมดก็คือ 60 องศา เมื่อเพิ่มขนาดของมุมจาก 60 องศาไปจนถึง 120 องศา โอกาสที่มดจะกลับรังถูกยิ่งน้อยลง

ดังนั้นในการสร้างทางเดินของมด เส้นทางที่แตกแขนงออกไป จะทำมุมประมาณ 60 องศา เพื่อลดโอกาสที่จะเสียพลังงานโดยไขเหตุเนื่องจากเดินหลงทาง เห็นหรือไม่ว่าฟีโรโมนอย่างเดียวไม่พอที่จะช่วยให้มดไม่หลงทาง ต้องมีเรขาคณิตเป็นปัจจัยเสริมด้วย



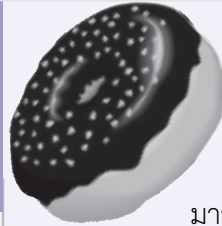
คณิตศาสตร์กับโดนัท

ใช้แล้วฯ เราทำสังฆพุทธถึง โดนัทโรยหน้าด้วยน้ำตาล
แสนอร่อย โดนัทถ้าจะให้อร่อย ต้องโรยน้ำตาลให้ทั่วชิ้น
โดนัทใช่หรือไม่ โดนัทในอุดมคติของฟิสิกส์นอกจากอร่อย
แล้วจะต้องดูดี นั่นคือ น้ำตาลที่โรยลงไปบนชิ้นโดนัทจะต้อง
มีการกระจายอย่างสม่ำเสมอ ไม่ไปเกาะตัวหนาแน่นอยู่ ณ
จุดใดจุดหนึ่งบนชิ้นโดนัท

แล้วทำอย่างไรเราจึงจะได้มาซึ่งโดนัทในอุดมคตินั้นเล่า

คำตอบแบบกำปั้นทุบดินก็คือ “ก็ไปถามคนทำโดนัท
ดูสิ” อย่างไรก็ตามนักคณิตศาสตร์ก็มีคำตอบให้เหมือนกัน
Ed Saff และ Doug Hardin นักคณิตศาสตร์จาก Vanderbilt
University สหรัฐอเมริกา ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการกระจาย
ของจุดบนพื้นผิวชนิดต่าง ๆ และได้ค้นพบวิธีใหม่ที่จะได้
มาซึ่งพื้นผิวที่มีการกระจายของจุดอย่างสม่ำเสมอ (นั่นคือ
ระยะห่างระหว่างแต่ละจุดเท่ากัน) หลักการของพวกเขาตั้งอยู่
บนสมมติฐานที่ว่า ระยะห่างจุดใด ๆ จะมีแรงผลักระหว่างจุด
ระยะห่างระหว่างจุดสองจุดใด ๆ จึงขึ้นอยู่กับแรงผลักระหว่าง
จุดสองจุดนั้น ๆ สำหรับระบบที่อยู่ในภาวะสมดุล แรง
ผลักระหว่างอนุภาคคู่ใด ๆ จะแปรผกผันกับระยะห่างระหว่าง
อนุภาคยกกำลัง n (นั่นคือ รูปทั่วไปของ inverse square
law นั่นเอง) โดยพวกเขากำหนดให้ค่า n ขึ้นอยู่กับ
พารามิเตอร์ s

เมื่อ s มีค่าน้อย จะเสมือนว่าแต่ละจุดมีแรงพิสัยกว้าง
(long-range force) มากกระทำ (ตัวอย่างของแรงพิสัยกว้าง
เช่น แรงโน้มถ่วง แรงแม่เหล็กไฟฟ้า) เมื่อ s มีค่ามากจะเสมือน
ว่าแต่ละจุดมีแรงพิสัยแคบ (short-range force) มากกระทำ
(ตัวอย่างของแรงพิสัยแคบ เช่น แรงดึงดูดระหว่างอะตอม)
ลักษณะการวางตัวของจุดภายใต้แรงกระทำระหว่างจุดที่มี
พิสัยกว้างและพิสัยแคบ แสดงโดยการกระจายของจุดบนพื้น
ผิวทอรัส ดังภาพ



เมื่อ s มีค่าน้อย จุดจะมากกระจุกรวม
กันที่ขอบด้านนอกของทอรัส เมื่อ s มีค่า
มากขึ้น จุดจะกระจายตัวออกห่างกันมากขึ้น
จนกระทั่งถึงค่าวิกฤตของ s ซึ่งจุดจะกระจายตัวอย่างสม่ำเสมอ
ทั่วพื้นผิวทั้งหมด เมื่อ s มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับค่าวิกฤต
ระยะห่างระหว่างแต่ละจุดจะเท่ากัน (หรือใกล้เคียง) ถ้าแทน
จุดด้วยอนุภาคของน้ำตาลและแทนทอรัสด้วยโดนัท ค่าวิกฤต
ของ s นี้เองที่จะให้ “โดนัทในอุดมคติ”

สิ่งที่ Saff และ Hardin ได้ค้นพบก็คือ ค่าวิกฤตของ
 s เท่ากับจำนวนมิติของพื้นผิวที่จุดกระจายอยู่ ในกรณีพื้นผิว
ของทอรัส (หรือโดนัท) ซึ่งมีสองมิติ ค่าของ $s = 2$ จะให้จุด
ที่กระจายไปทั่วพื้นผิวทอรัสโดยมีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากัน
ในกรณีของโดนัทโรยน้ำตาล ค่า $s = 2$ จะให้โดนัทในอุดมคติ
ที่อนุภาคของน้ำตาลกระจายตัวอย่างสม่ำเสมอที่สุด)

ไม่เพียงแต่โดนัทเท่านั้น แนวคิดดังกล่าวสามารถนำไป
ใช้อธิบายปรากฏการณ์ทางธรรมชาติต่าง ๆ เช่น การกระจาย
ของสปอร์ในเกสรตัวผู้ การกระจายของอิเล็กตรอนบนพื้นผิว
ของทรงกลม โครงสร้างพื้นผิวของไวรัสบางชนิด ตำแหน่ง
ของรอยแตกในโครงสร้างผลึก นอกจากนี้ยังสามารถนำไป
ประยุกต์ใช้ในงานคอมพิวเตอร์กราฟิก การวางตำแหน่งโซนาร์
สำหรับตรวจหาเรือดำน้ำ และการทดสอบระบบเรดาร์ใน
อากาศยาน สำหรับผู้ที่สนใจแนวคิดของ Saff และ Hardin
ว่ามีความเป็นมาอย่างไร สามารถหาอ่านได้ในเว็บไซต์ของ
Notices of the American Mathematical Society ที่
<http://www.ams.org/notices/200410/fea-saff.pdf>

