

การพัฒนาทักษะและกระบวนการทาง คณิตศาสตร์ จากแนวคิดสู่การปฏิบัติ

ในช่วงเวลาหลายปีที่ผ่านมา การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้เปลี่ยนแปลงไปจากที่เคยเป็นมาในอดีตค่อนข้างมาก จากที่เคยเน้นการเรียนรู้เนื้อหาสาระเป็นการเน้นทักษะและกระบวนการ และคุณลักษณะที่พึงประสงค์ร่วมด้วย การให้ความรู้เพียงอย่างเดียวไม่เพียงพอ ด้วยเหตุผลและความจำเป็นหลายประการ

ประการแรก เนื่องจากสังคมเปลี่ยนแปลงไป ความรู้ที่สำคัญและจำเป็นมากในอดีต อาจจำเป็นน้อยลงในปัจจุบัน หรือความรู้บางอย่างที่มีในอดีต อาจไม่เพียงพอสำหรับการแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในโลกปัจจุบัน

ประการที่สอง ตลาดต้องการใช้คนที่มีความรู้และทักษะเฉพาะมากขึ้น การให้ความรู้เพียงอย่างเดียว ไม่สามารถทำให้นักเรียนพัฒนาความสามารถและทักษะเฉพาะตามที่ตลาดต้องการได้ เนื่องจากไม่สามารถแปลงความรู้ในโรงเรียน (School Knowledge) ไปสู่ความรู้ในการทำงาน (Work Knowledge) ได้ ซึ่งความสามารถนี้มีความสำคัญมากในการศึกษาคณิตศาสตร์

ประการที่สาม การศึกษาในปัจจุบันไม่ต้องการคนที่เก่งเพียงเนื้อหา หรือมีความรู้แต่ขาดความสามารถและคุณลักษณะของคนดีและเก่ง ที่สามารถแก้ปัญหาในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ ด้วยเหตุผลและความจำเป็นดังกล่าว การสอนให้นักเรียนมีทั้งความรู้ ทักษะ และคุณลักษณะที่จำเป็นที่จะใช้แก้ปัญหาในชีวิตได้จึงเป็นสิ่งสำคัญและจำเป็นมากขึ้น

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่จะทำให้ความรู้คณิตศาสตร์มีความหมายและมีคุณค่า การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในปัจจุบันจึงมุ่งพัฒนาทักษะและกระบวนการที่จะเป็นประโยชน์ต่อการแก้ปัญหาในชีวิตของผู้เรียนมากขึ้น ดังจะเห็นได้ว่าทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่บรรจุในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 อันได้แก่ ทักษะการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การเชื่อมโยง และการคิดริเริ่มสร้างสรรค์นั้น มีหลายทักษะเป็นองค์ประกอบที่สำคัญของทักษะชีวิต (Life Skills) ที่นักเรียนจะต้องใช้ทุกวัน ซึ่งองค์ประกอบเหล่านี้มักประกอบด้วย การตัดสินใจ การแก้ปัญหา การสื่อสาร การคิดวิเคราะห์วิจารณ์ ความคิดสร้างสรรค์ ความตระหนักรู้ในตน ความเห็นใจผู้อื่น การจัดการกับอารมณ์ การจัดการกับความเครียด และทักษะการสร้างสัมพันธภาพ

อย่างไรก็ตาม การจะพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์นั้น ต้องคำนึงถึงองค์ประกอบหลายอย่าง โดยเฉพาะอย่างยิ่ง ทักษะการคิด ซึ่งเป็นทักษะพื้นฐานของกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ไม่ว่าจะเป็นการคิดแก้ปัญหา การคิดแบบเป็นเหตุเป็นผล การคิดเพื่อสื่อสาร การคิดแบบเชื่อมโยง และการคิดริเริ่มสร้างสรรค์ การสอนให้คิด (Teaching for Thinking) ซึ่งเป็นการสอนเนื้อหาคณิตศาสตร์ โดยมีการจัดกิจกรรมส่งเสริมความสามารถด้านการคิดของผู้เรียน มีความสำคัญต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจากการคิดเกี่ยวข้องกับปัญญาด้านตรรกและคณิตศาสตร์ (Logical - Mathematical Intelligence) ซึ่งเป็นหนึ่งในแปดของพหุปัญญาเปิดด้าน (Gardner, 1983) การสอนให้นักเรียนเป็นคนชอบคิดหรือให้โอกาสได้คิดบ่อย ๆ จะช่วยพัฒนาปัญญาด้านตรรกและคณิตศาสตร์ ซึ่งจะเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนได้คิดในลักษณะต่างๆ โดยอาจเริ่มต้นง่าย ๆ จากการให้ปัญหาหรือสถานการณ์ที่ท้าทายความสามารถ ทำให้นักเรียนอยากรู้ อยากเห็น มีแรงจูงใจที่จะคิดแก้ปัญหาให้สำเร็จ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

สถานการณ์ 1 ที่สำนักงานแห่งหนึ่ง ในแต่ละวันเจ้านายจะให้เลขานุการพิมพ์จดหมายหลายฉบับ ณ เวลาที่แตกต่างกัน โดยทุกครั้งจะวางจดหมายข้างบนสุดของกองจดหมายในกล่องที่ตั้งไว้ และเลขานุการจะหยิบจดหมายข้างบนสุดไปพิมพ์ ถ้ามี

จดหมายที่เจ้านายวางตามลำดับ 1 2 3 4 และ 5 อยู่ในกล่อง ลำดับในแต่ละข้อต่อไปนี้เป็นลำดับที่เป็นไปได้หรือไม่ที่เลขานุการจะพิมพ์จดหมายทั้ง 5 ฉบับ

- 1) 1 2 3 4 5
- 2) 2 4 3 5 1
- 3) 3 2 4 1 5
- 4) 4 5 2 3 1
- 5) 5 4 3 2 1

สถานการณ์ลักษณะนี้ไม่เหมาะสมที่จะใช้การคำนวณหรือแก้ปัญหาอย่างเป็นลำดับขั้นตอน แต่ต้องการการคิดวิเคราะห์และการคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผลมากกว่า ซึ่งผู้เรียนอาจเริ่มต้นจากการคิดง่ายๆ ว่า หากจดหมายวางเรียงกันอยู่ในกล่องแล้ว ทุกครั้งที่พิมพ์จดหมาย เลขานุการต้องพิมพ์จากลำดับมากไปน้อยโดยไม่อาจข้ามลำดับได้ เช่น พิมพ์ 4 3 2 และ 3 2 1 ได้ แต่ไม่สามารถพิมพ์ข้ามลำดับ เช่น 3 1 2 ได้ แต่ก็มีโอกาสเป็นไปได้ที่ขณะที่พิมพ์จดหมายบางฉบับอยู่ เจ้านายมาวางฉบับต่อไปทับข้างบน ทำให้ลำดับการพิมพ์กระโดดข้ามขั้นได้ เช่น ขณะพิมพ์ฉบับที่ 3 อยู่ เจ้านายมาวางฉบับที่ 4 และ 5 ทับข้างบน ทำให้ลำดับกลายเป็น 3 5 4 2 1

จากกรณีข้างต้น ทำให้วิเคราะห์ความเป็นไปได้ของคำตอบในแต่ละข้อได้ดังนี้

ลำดับ 1 2 3 4 5 เป็นลำดับที่เมื่อพิมพ์จดหมายฉบับที่ 1 เจ้านายมาวางฉบับที่ 2 เมื่อพิมพ์จดหมายฉบับที่ 2 เจ้านายมาวางฉบับที่ 3 และเป็นเช่นนั้นจนถึงฉบับที่ 5 ลำดับการพิมพ์ 1 2 3 4 5 จึงเป็นไปได้

ลำดับ 2 4 3 5 1 เป็นลำดับที่เมื่อพิมพ์จดหมายฉบับที่ 2 โดยจดหมายฉบับที่ 1 ยังคงอยู่ในกล่องนั้น เจ้านายมาวางฉบับที่ 3 และ 4 ทับฉบับที่ 1 เลขานุการจึงต้องพิมพ์ฉบับที่ 4 และตามด้วยฉบับที่ 3 ซึ่งในขณะที่พิมพ์ฉบับที่ 3 นั้น เจ้านายวาง

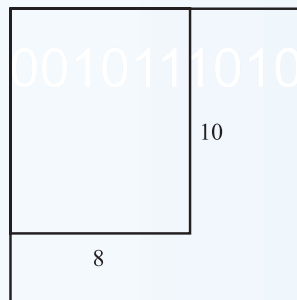
ฉบับที่ 5 ลงไปอีก ทำให้ลำดับต่อจากฉบับที่ 3 เป็น ฉบับที่ 5 และ 1 ตามลำดับ ลำดับ 2 4 3 5 1 จึงเป็นไปได้

ลำดับ 3 2 4 1 5 เป็นลำดับที่เมื่อพิมพ์จดหมายฉบับที่ 3 จดหมายฉบับที่ 2 และ 1 ยังคงอยู่ในกล่อง เมื่อพิมพ์ฉบับที่ 3 เสร็จจึงพิมพ์ฉบับที่ 2 ต่อ ซึ่งในขณะที่พิมพ์ฉบับที่ 2 นั้น เจ้านายวางฉบับที่ 4 ลงไปอีก ทำให้ต้องพิมพ์ฉบับที่ 4 ก่อน แล้วตามด้วยฉบับที่ 1 จากนั้นจึงพิมพ์ฉบับที่ 5 เป็นฉบับสุดท้าย ลำดับที่เกิดขึ้นจึงเป็น 3 2 4 1 5

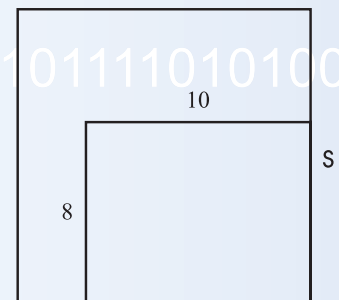
ลำดับ 4 5 2 3 1 เป็นลำดับที่เป็นไปไม่ได้ เนื่องจาก ถ้าพิมพ์ฉบับที่ 4 อยู่ แล้วเจ้านายวางฉบับที่ 5 ลงไป ต่อไปเลขานุการจะต้องพิมพ์ฉบับที่ 5 แล้วตามด้วย 3 2 และ 1 ตามลำดับ ลำดับ 4 5 2 3 1 จึงเป็นไปได้

ลำดับ 5 4 3 2 1 เป็นลำดับที่เป็นไปไม่ได้ เนื่องจากเลขานุการเริ่มพิมพ์ เมื่อเจ้านายวางจดหมายทั้ง 5 ฉบับในกล่องแล้ว การพิมพ์จึงเป็นไปตามลำดับ 5 4 3 2 1

สถานการณ์นี้เป็นตัวอย่างของปัญหาที่ไม่เหมาะสมที่จะใช้ขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์แก้ แต่ต้องใช้การคิดที่เหมาะสม จึงเป็นตัวอย่างที่แสดงให้เห็นว่า การคิดเป็นพื้นฐานสำคัญของ การแก้ปัญหา



รูปที่ 1



รูปที่ 2

สถานการณ์ 2 โต๊ะขนาด 8 ฟุต x 10 ฟุต

ตัวหนึ่งตั้งอยู่ที่มุมห้องสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีด้านยาว s ฟุต ดังรูปที่ 1 ถ้าต้องการเปลี่ยนตำแหน่งโต๊ะจากรูปที่ 1 เป็นรูปที่ 2 โดยไม่มีการแยกชิ้นส่วนของโต๊ะ ค่าของ s ที่เป็นจำนวนเต็มที่น้อยที่สุดจะต้องมีค่าเท่ากับกี่ฟุต

สถานการณ์ในลักษณะนี้ นักเรียนอาจเคยพบ เช่น การย้ายเตียงหรือเปลี่ยนตำแหน่งสิ่งของเพื่อจัดห้องใหม่ แล้วพยายามหาวิธีเคลื่อนย้าย เช่น เอียง ตะแคง ซึ่งในที่สุดก็ย้ายได้บ้าง ไม่ได้บ้าง ถ้าสิ่งที่ต้องการย้ายเป็นประเภทถอดประกอบได้ (Knock down) ก็คงไม่มีปัญหา แต่หากไม่ใช่ อาจใช้วิธีง่าย ๆ โดยการคำนวณความยาวของเส้นทแยงมุมของโต๊ะหรือเตียงเพื่อให้ทราบว่า จะย้ายได้หรือไม่ จะได้ไม่ต้องเสียเวลาในการทดลองวิธีต่างๆ ซึ่งหากความยาวที่ได้น้อยกว่าความยาวด้านของห้อง ก็จะสามารถหมุนหรือเคลื่อนย้ายได้ ในสถานการณ์ข้างต้น เมื่อคำนวณเส้นทแยงมุมของโต๊ะจะได้ $\sqrt{8^2 + 10^2}$ หรือประมาณ 12.81 ฟุต ดังนั้น หากขนาดของห้องเล็กกว่า 12.81 ฟุต จะไม่สามารถหมุนโต๊ะได้ s จึงต้องมีค่า 13 ฟุต ขึ้นไป

สถานการณ์นี้เป็นตัวอย่างของการใช้ความรู้คณิตศาสตร์ที่เรียนในห้องเรียนแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้อย่างง่ายๆ น่าสนใจ และประหยัดเวลา จึงเป็นตัวอย่างของการเชื่อมโยงการใช้คณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน

