

● สบุดคิดคณิตศาสตร์

ศิริวรรณ ปันศรีเจริญชัย
นักวิชาการ สาขาคณิตศาสตร์ประถมศึกษา สสอ.
E-mail : spuns@ipst.ac.th

กิจกรรมเพื่อเสริมสร้างทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ (ที่สุพรรณภูมิ)

ครูหลายคนเกิดปัญหาในการสอนให้ผู้เรียนมีทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ไม่รู้จะเริ่มต้นอย่างไร ให้กิจกรรมแบบใด กำหนดสถานการณ์หรือปัญหาเช่นใด เมื่อต้องจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนบรรลุมาตรฐานการเรียนรู้ ด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

นี้ หมายความว่า ครูจะต้องพัฒนาผู้เรียนให้เกิดทักษะ/กระบวนการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ เนื่องจากนักเรียนมีศักยภาพในการเรียนรู้ที่แตกต่างกัน ครูจะต้องใจเย็นและอดทนเพราะการจัดการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับความรู้ ความสามารถของผู้เรียนแต่ละคนเป็นเรื่องยาก ครูเป็นบุคคลสำคัญที่จะให้โอกาสที่เท่าเทียมกันของผู้เรียน การวางแผนการสอนอาจทำดังนี้

1. แบ่งนักเรียนตามความสามารถในการแก้ปัญหาและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ออกเป็น 4 ระดับดังนี้
 - 1.1 ระดับปรับปรุง หมายถึงนักเรียนที่ไม่สามารถแก้ปัญหาและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ได้
 - 1.2 ระดับพอใช้ หมายถึงนักเรียนที่สามารถแก้ปัญหาได้ แต่ไม่สามารถสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ได้
 - 1.3 ระดับปานกลาง หมายถึงนักเรียนที่สามารถแก้ปัญหาได้ แต่สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ได้ไม่ดี
 - 1.4 ระดับดี หมายถึงนักเรียนที่สามารถแก้ปัญหาและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ได้ดี

2. แบ่งกิจกรรมออกเป็น 2 แบบ ดังนี้

- กิจกรรมกลุ่ม
- กิจกรรมเดี่ยว

ขั้นตอนการปฏิบัติในระยะเวลาที่ 1 เริ่มด้วยการทำกิจกรรมกลุ่ม

1. ครูจัดกลุ่มให้ทุกกลุ่มมีผู้เรียนที่ละความสามารถในการแก้ปัญหาและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์
2. ครูมอบใบกิจกรรมที่มีเนื้อหา / โจทย์ปัญหาที่แตกต่างกันให้แต่ละกลุ่ม สำหรับเวลาในการทำให้อยู่ในดุลยพินิจของครู

ตัวอย่างใบกิจกรรม

กิจกรรมการหา	กลุ่มที่
19A9B เป็นจำนวนห้าหลักที่ 36 ทารลงตัว A และ B แทนด้วยเลขโดดใด มีวิธีการหา A และ B ได้อย่างไร	
แนวคิดการหาคำตอบ	

3. แต่ละกลุ่มนำเสนอแนวคิดการหาคำตอบหน้าชั้นเรียน
4. เพื่อนๆ และครูซักถามเพิ่มเติมหรือให้อธิบายซ้ำ โดยสามารถระบุบุคคลในกลุ่มให้เป็นผู้ตอบคำถามหรืออธิบาย ดังนั้น ข้อ 4 จะช่วยครูได้อย่างมาก เพราะไม่ว่าใครจะมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหา มากน้อยเพียงใด แต่ทุกคนในกลุ่มจะต้องทำความเข้าใจและพยายามฝึกอธิบายมาล่วงหน้าก่อนการนำเสนอของกลุ่ม พบว่า**ขั้นตอนการปฏิบัติในระยะเวลาที่ 1** จะช่วยส่งเสริมการเรียนรู้ระหว่างเพื่อนถึงเพื่อนได้เป็นอย่างดี

ขั้นตอนการปฏิบัติในระยะเวลาที่ 2 การทำกิจกรรมเดี่ยว

ขั้นที่ 1 เริ่มด้วยครูให้นักเรียนแต่ละคนเลือกโจทย์ปัญหาที่ตนเองชอบจากหนังสือ แบบฝึกหัด หรือแต่งขึ้นเองไปทำนอกเวลาเรียน เพื่อมานำเสนอแนวคิดของคำตอบหน้าชั้นเรียน ดังนั้น ขั้นที่ 1 จะช่วยให้ผู้เรียนฝึกการแก้ปัญหาด้วยตนเอง ซึ่งอาจมีนักเรียนบางคนไม่สามารถทำได้ทุกขั้นตอน คือ หาโจทย์ปัญหา แก้โจทย์ปัญหา เรียบเรียงคำพูด คำอธิบายเพื่อนำเสนอ ฝึกพูด ฝึกอธิบาย ฝึกตอบ ข้อซักถาม สิ่งเหล่านี้ นักเรียนจะต้องพึ่งตนเองหรือขอความช่วยเหลือจากเพื่อนๆ และใช้เวลาเตรียมความพร้อมพอสมควร ครูจึงต้องใช้เวลาอย่างเหมาะสมในการเตรียมตัว โดยเฉพาะช่วงเริ่มปฏิบัติใน

ขั้นที่ 1 อย่างไรก็ตาม สิ่งที่มีหวังสิ่งแรกก็คือ การพัฒนาทักษะ/ กระบวนการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ เมื่อปฏิบัติเช่นนี้ไประยะหนึ่ง พบว่านักเรียนเกิดความมั่นใจ เชื่อมมั่น และไม่อายที่จะนำเสนอ ถกปัญหาเชิงวิชาการต่อกลุ่มคน ในการทำกิจกรรมในขั้นนี้ ครูต้องให้นักเรียนบันทึกสิ่งที่นักเรียนได้ขอความช่วยเหลือต่างๆ จากเพื่อนทุกครั้ง และให้นักเรียนตระหนักว่า ทำอย่างไรนักเรียนจะลดการขอความช่วยเหลือจากเพื่อนๆ ได้มากที่สุดในการทำกิจกรรมในครั้งต่อไป ได้ และอะไรคืออุปสรรคในการทำกิจกรรมของตัวนักเรียนที่ต้องปรับปรุงแก้ไข

ขั้นที่ 2 ปฏิบัติทำนองเดียวกันกับขั้นที่ 1 แต่ครูจะเป็นผู้มอบกิจกรรมที่เหมาะสมกับศักยภาพของนักเรียนแต่ละคน ให้ไปแก้ปัญหานั้นนอกเวลาเรียน แล้วให้นำเสนอแนวคิดหน้าชั้นเรียน ดังนั้นขั้นที่ 2 จะสร้างความท้าทายให้ผู้เรียน เพราะเป็นปัญหาที่ไม่ได้เลือกเอง ทั้งนี้ครูต้องกระตุ้นให้นักเรียนพึ่งพาตนเองให้ได้มากที่สุด เพื่อพยายามทำทุกวิถีทางให้ตนเองบรรลุเป้าหมายที่วางไว้ ซึ่งอาจจะต้องอ่านหนังสือบททวน/เพิ่มเติม ศึกษาแบบฝึกหรือกิจกรรมที่ผ่านๆ มา นำสิ่งที่ได้เรียนรู้จากการนำเสนอของเพื่อนมาประยุกต์ใช้ให้เหมาะสมกับตัวเอง นั่นคือสิ่งที่มุ่งหวังในขั้นที่ 2 การพัฒนาทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 3 ครูกำหนดกิจกรรมปลายเปิด 1 กิจกรรม นักเรียนทุกคนหาแนวคิดของคำตอบกิจกรรมนี้ จะใช้กลยุทธ์ใด วิธีการอย่างไรก็ได้ ทำกิจกรรมนั้นนอกเวลาเรียนหรือในเวลาเรียนก็ได้ ขึ้นอยู่กับความยากง่ายของกิจกรรมว่าต้องใช้เวลาประมาณเท่าใดจึงจะเหมาะสมในการหาคำตอบ จากนั้นให้นักเรียนเสนอแนวคิดของคำตอบที่ได้และเพื่อนๆ ช่วยกันพิจารณา อภิปรายร่วมกันว่ามีแนวคิดหรือมีคำตอบอื่นๆ หรือไม่ ถ้าจะช่วยเสริมเติมเต็มจะทำอย่างไร เพื่อให้แนวคิดในการแก้ปัญหาสมบูรณ์และหลากหลาย ในขั้นที่ 3 จะช่วยพัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของผู้เรียนได้เป็นอย่างดี

การวางแผนการทำกิจกรรมเช่นนี้ จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดความภูมิใจและเชื่อมั่นในความสามารถของตัวเอง ครูเป็นบุคคลที่สำคัญที่สุดที่ทำให้ผู้เรียนบรรลุมาตรฐานการเรียนรู้ด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ความอดทน ความเสียสละ และความใจเย็นของครูจะช่วยส่งเสริมความสามารถด้านทักษะ / กระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ อีกทั้งยังเสริมสร้างให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีและรักในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ต่อไป

ตัวอย่างแนวคิดของกิจกรรมการหา

แนวคิด 1 การลองผิดลองถูก โดยการแทนค่า A และ B ด้วย 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 ลงใน 19A9B ให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขมาช่วยในการคิดคำนวณ ครูถามนักเรียนว่า “ต้องแทนค่ากี่ครั้งจึงจะครบทุกกรณี” (แทนค่า 100 ครั้ง)

แนวคิด 2 นำความรู้เรื่องการคูณ การหารและรูปแบบมาใช้ตั้งพิจารณาการคูณ

36 x 1 = 36	36 x 7 = 252
36 x 2 = 72	36 x 8 = 288
36 x 3 = 108	36 x 9 = 324
36 x 4 = 144	36 x 10 = 360
36 x 5 = 180	36 x 11 = 396
36 x 6 = 216	36 x 12 = 432

พบว่า ตัวเลขในหลักหน่วยของผลคูณที่ได้ จะเป็นจำนวนคู่ คือ 0 2 4 6 8 เสมอ ดังนั้น 19A9B หารด้วย 36 ลงตัว B จะแทนด้วยเลขโดด 0 2 4 6 8 แล้ว A จะแทนด้วยเลขโดดใด ถ้าใช้วิธีแทนค่า B และ A ลงใน 19A9B เราจะต้องแทนค่ากี่ครั้งเพื่อตรวจสอบคำตอบ (แทนค่า 50 ครั้ง) แต่ถ้าเราใช้วิธีตั้งหารจะง่ายและเร็วกว่าหรือไม่ ดังนี้

$$\begin{array}{r} 5 \\ 36 \overline{)19A9B} \\ \underline{180} \\ 1A9 \end{array}$$

1A9 เป็นตัวตั้งที่ไม่มีกรกระจาย ดังนั้นตัวลบบจะต้องน้อยกว่าหรือเท่ากับ 1A9 นั่นคือ ตัวลบบจะเป็น 108 144 180

กรณีที่ 1 ตัวลบบเป็น 108

$$\begin{array}{r} 536 \\ 36 \overline{)19A9B} \\ \underline{180} \\ 1A9 \\ \underline{108} \\ A1B \\ \underline{216} \\ 0 \end{array}$$

เนื่องจากเป็นการหารที่ลงตัว ดังนั้น A1B เท่ากับ 216 นั่นคือ A = 2 B = 6

กรณีที่ 2 ตัวลบบเป็น 144

$$\begin{array}{r} 547 \\ 36 \overline{)19A9B} \\ \underline{180} \\ 1A9 \\ \underline{144} \\ \square 5B \\ \underline{252} \\ 0 \end{array}$$

เนื่องจากเป็นการหารที่ลงตัว ดังนั้น □5B เท่ากับ 252 นั่นคือ □ = 2 B = 2

พิจารณา A - 4 = □ แทนค่า □ เท่ากับ 2 จะได้ A - 4 = 2 ดังนั้น A = 6 นั่นคือ A = 6 B = 2

กรณีที่ 3 ตัวลบบเป็น 180

$$\begin{array}{r} 55 \\ 36 \overline{)19A9B} \\ \underline{180} \\ 1A9 \\ \underline{180} \\ \square 9B \end{array}$$

เนื่องจากเป็นการหารที่ลงตัว ดังนั้น □9B เท่ากับ 396 นั่นคือ □ = 3 B = 6

พิจารณา A - 8 = □ แทนค่า □ เท่ากับ 3 จะได้ A - 8 = 3 ดังนั้น A = 11 ซึ่งเป็นไปไม่ได้ เพราะ A เป็นเลขโดด

36 x 1 = 36
36 x 2 = 72
36 x 3 = 108
36 x 4 = 144
36 x 5 = 180
36 x 6 = 216
36 x 7 = 252
36 x 8 = 288
36 x 9 = 324
36 x 10 = 360
36 x 11 = 396
36 x 12 = 432

● สบุดคิดคณิตศาสตร์

สรุป 19A9B ทหารด้วย 36 ลงตัว A และ B แทนด้วยเลขโดด

กรณีที่ 1 A แทนด้วย 2 และ B แทนด้วย 6 แล้ว

$$19,296 \div 36 = 536$$

กรณีที่ 2 A แทนด้วย 6 และ B แทนด้วย 2 แล้ว

$$19,692 \div 36 = 547$$

แนวคิด 3 นำสมบัติบางประการของจำนวนเต็มมาใช้ ดังนี้ ถ้า a, b และ c เป็นจำนวนเต็ม ซึ่ง ห.ร.ม. ของ a และ b เป็น 1 จะได้ว่า ab ทหาร c ลงตัว ก็ต่อเมื่อ a ทหาร c ลงตัว และ b ทหาร c ลงตัว หรือถ้า ab ทหาร c ลงตัว แล้ว a จะหาร c ลงตัว และ b จะหาร c ลงตัว

ตัวอย่าง

36 ทหาร 19A9B ลงตัว ก็ต่อเมื่อ

9 ทหาร 19A9B ลงตัว และ 4 ทหาร 19A9B ลงตัว

ซึ่ง $4 \times 9 = 36$ และ ห.ร.ม. ของ 4 และ 9 คือ 1

หรือ

ถ้า 9 ทหาร 19A9B ลงตัว และ 4 ทหาร 19A9B ลงตัว

แล้ว 36 ทหาร 19A9B ลงตัว ซึ่ง $36 = 9 \times 4$

เงื่อนไขการหารลงตัว เมื่อหารด้วย 4

4 ทหาร 19A9B ลงตัว ก็ต่อเมื่อ 4 ทหาร 9B ลงตัว หรือ 4 ทหารสองหลักสุดท้ายของ 19A9B ลงตัว

จาก $4 \times 22 = 88$

$$4 \times 23 = 92$$

$$4 \times 24 = 96$$

$$4 \times 25 = 100$$

ดังนั้น 4 ทหาร 92 ลงตัว และ 4 ทหาร 96 ลงตัว

นั่นคือ B แทนด้วย 2 และ 6

เงื่อนไขการหารลงตัว เมื่อหารด้วย 9

9 ทหาร 19A9B ลงตัว ก็ต่อเมื่อ 9 ทหารผลบวกของเลขโดดในทุกหลักลงตัว

นั่นคือ 9 ทหาร 19A9B ลงตัว ก็ต่อเมื่อ

9 ทหาร $1 + 9 + A + 9 + B$ ลงตัว

เนื่องจาก B แทนด้วย 2 และ 6

กรณีที่ 1

แทน B ด้วย 2 ใน $1 + 9 + A + 9 + B$

จะได้ $1 + 9 + A + 9 + 2 = 21 + A$

ดังนั้น 9 ทหาร $21 + A$ ลงตัว

ก็ต่อเมื่อ $A = 6$

นั่นคือ 9 ทหาร 27 ลงตัว

หรือ 9 ทหาร $1 + 9 + A + 9 + 2$ ลงตัว

9 ทหาร $21 + A$ ลงตัว

9 ทหาร $2 + 1 + A$ ลงตัว

9 ทหาร $3 + A$ ลงตัว

ก็ต่อเมื่อ $A = 6$

นั่นคือ 9 ทหาร 9 ลงตัว

สรุปกรณีที่ 1

36 ทหาร 19A9B ลงตัว

ก็ต่อเมื่อ $B = 2$ และ $A = 6$

นั่นคือ $19,692 \div 36 = 547$

กรณีที่ 2

แทน B ด้วย 6 ใน $1 + 9 + A + 9 + B$

จะได้ $1 + 9 + A + 9 + 6 = 25 + A$

ดังนั้น 9 ทหาร $25 + A$ ลงตัว

ก็ต่อเมื่อ $A = 2$

นั่นคือ 9 ทหาร 27 ลงตัว

หรือ 9 ทหาร $1 + 9 + A + 9 + 6$ ลงตัว

9 ทหาร $25 + A$ ลงตัว

9 ทหาร $2 + 5 + A$ ลงตัว

9 ทหาร $7 + A$ ลงตัว

ก็ต่อเมื่อ $A = 2$

นั่นคือ 9 ทหาร 9 ลงตัว

สรุปกรณีที่ 2

36 ทหาร 19A9B ลงตัว

ก็ต่อเมื่อ $B = 6$ และ $A = 2$

นั่นคือ $19,296 \div 36 = 536$

