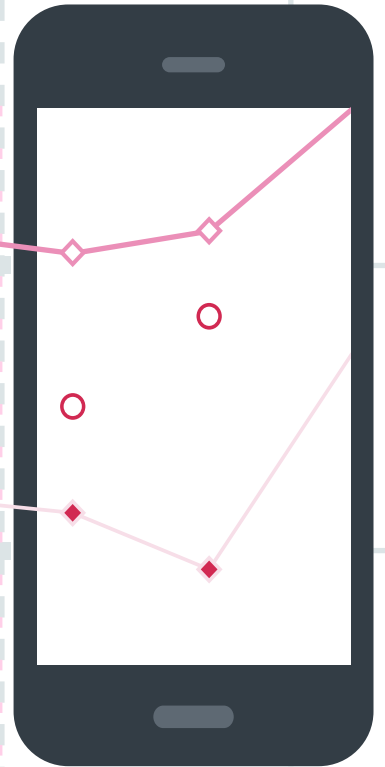


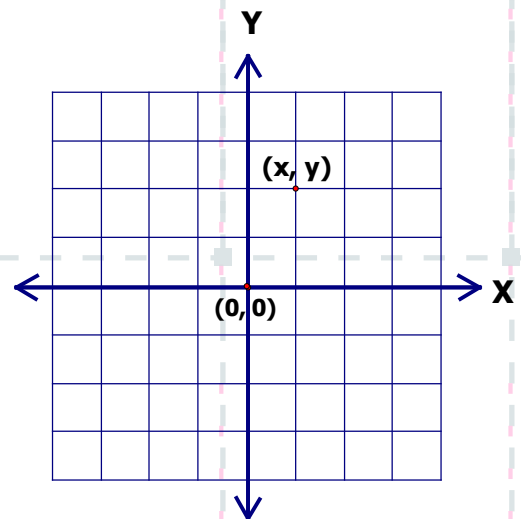
กราฟคู่อันดับกับโทรศัพท์

SMART PHONE



การแสดงให้เห็นถึงสถานการณ์การนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในโลกของความเป็นจริง จะช่วยทำให้นักเรียนตระหนักถึงความสำคัญของคณิตศาสตร์ในฐานะที่เป็นเครื่องมือในการสื่อสาร เพื่อให้เกิดความเข้าใจตรงกัน บทความนี้จะแสดงตัวอย่างการนำความรู้เกี่ยวกับระบบพิกัดฉากและกราฟของคู่อันดับไปประยุกต์ใช้ในเครื่องมือสื่อสารที่นักเรียนอาจคุ้นเคย เช่น โทรศัพท์ smart phone ซึ่งสามารถใช้ปลายนิ้วเลือกคำสั่งต่าง ๆ ผ่านทางหน้าจอได้โดยตรง แทนการกดปุ่มต่าง ๆ ที่ใช้กันในโทรศัพท์เคลื่อนที่รุ่นเก่า ๆ

เป้าหมายของการเรียนรู้เรื่องระบบพิกัดฉากและกราฟของคู่อันดับก็เพื่อแนะนำให้นักเรียนรู้จักแบบแผนปฏิบัติในการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองปริมาณซึ่งสามารถแทนได้ด้วยคู่อันดับ (x, y) แล้วแสดงตำแหน่งของคู่อันดับนั้นบนระบบพิกัดฉากซึ่งประกอบไปด้วยแกน X และแกน Y ตัดกันเป็นมุมฉากที่ตำแหน่ง $(0, 0)$ ดังแสดงในรูปที่ 1



รูปที่ 1: ระบบพิกัดฉากและกราฟของคู่อันดับ (x, y)

กิจกรรมนี้อาจช่วยให้นักเรียนเข้าใจที่มาของระบบพิกัดฉาก อาจเริ่มต้นด้วยการให้นักเรียนลองเขียนเส้นจำนวนในแนวนอนที่สามารถแสดงจำนวนตั้งแต่ -5 ถึง 5 จากนั้นให้นักเรียนเขียนเส้นจำนวนอีกหนึ่งเส้นที่สามารถแสดงจำนวนตั้งแต่ -5 ถึง 5 เช่นกัน แต่ให้วางตัวอยู่ในแนวตั้ง หลังจากนั้นอาจให้นักเรียนลองเขียนเส้นจำนวนแนวตั้งและแนวนอนที่สามารถแสดงจำนวนตั้งแต่ -5 ถึง 5 ในรูปเดียวกันเพื่อสำรวจความคิดของนักเรียน โดยนักเรียนอาจมีแนวคิดในการเขียนเส้นจำนวนแนวตั้งและแนวนอนในรูปเดียวกันที่แตกต่างออกไป เช่น ให้เส้นจำนวนทั้งสองตัดกันเป็นมุมฉากที่จำนวน -5 หรืออาจกำหนดให้ส่วนบนของเส้นจำนวนแนวตั้งเป็นจำนวนลบและให้ส่วนล่างของเส้นจำนวนแนวตั้งเป็นจำนวนบวกก็ได้

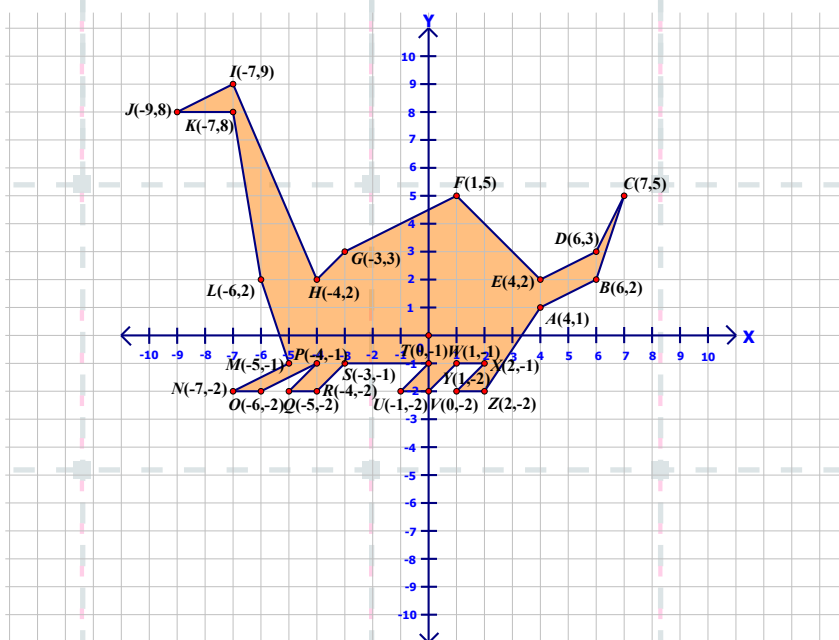
หลังจากได้ให้นักเรียนลองสร้างระบบพิกัดฉากจากเส้นจำนวนแนวตั้งและแนวนอนตามความคิดของนักเรียนเองแล้ว จึงนำไปสู่การสรุปว่า ในการนำเส้นจำนวนแนวตั้งและแนวนอนมาสร้างเป็นระบบพิกัดฉากเพื่อเขียนกราฟของคู่อันดับ นักคณิตศาสตร์ได้ตกลงกันให้

จำนวนที่อยู่ส่วนทางขวาของเส้นจำนวนแนวนอนมากกว่าส่วนที่อยู่ทางซ้ายเสมอ และจำนวนที่อยู่ส่วนบนของเส้นจำนวนแนวตั้งมากกว่าจำนวนที่อยู่ส่วนล่างเสมอ และให้เส้นจำนวนทั้งสองเส้นตัดกันเป็นมุมฉากที่ตำแหน่งจำนวน 0 โดยกำหนดให้จุดตัดนี้เป็นจุดกำเนิด (0, 0) ของระบบพิกัดฉาก ซึ่งในการเขียนกราฟของคู่อันดับ (x, y) จะแทนด้วยจุดที่ห่างจากจุดกำเนิดตามเส้นจำนวนแนวนอนเป็นระยะ x หน่วย (ถ้า x เป็นจำนวนบวกจุดจะอยู่ทางขวาของจุดกำเนิด ถ้า x เป็นจำนวนลบจุดจะอยู่ทางซ้ายของจุดกำเนิด) และห่างจากจุดกำเนิดตามเส้นจำนวนแนวตั้งเป็นระยะ y หน่วย (ถ้า y เป็นจำนวนบวกจุดจะอยู่เหนือจุดกำเนิด ถ้า y เป็นจำนวนลบจุดจะอยู่ใต้จุดกำเนิด)

สำหรับกิจกรรมเสริมที่สามารถช่วยให้นักเรียนฝึกฝนการเขียนกราฟของคู่อันดับและการบอกตำแหน่งของจุดต่าง ๆ ด้วยคู่อันดับที่นิยมใช้ คือการใช้คู่อันดับหลาย ๆ คู่อันดับบอกตำแหน่งจุดยอดของรูปต่าง ๆ อย่างต่อเนื่องกัน ซึ่งนักเรียนสามารถลากเส้นเชื่อมต่อดูจุดยอดเหล่านั้นจนวนกลับมาที่จุดแรกกลายเป็นรูปปิดที่มีความหมายได้ดังแสดงในรูปที่ 2

จงเขียนกราฟของคู่อันดับต่อไปนี้ แล้วเขียนชื่อจุด และลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดต่าง ๆ โดยเริ่มจากจุด A ไปตามลำดับตัวอักษรจนถึงจุด Z แล้วลากส่วนของเส้นตรงจากจุด Z กลับไปยังจุด A จะได้เป็นรูปอะไร

A(4,1), B(6,2), C(7,5), D(6,3), E(4,2), F(1,5), G(-3,3), H(-4,2), I(-7,9), J(-9,8), K(-7,8), L(-6,2), M(-5,-1), N(-7,-2), O(-6,-2), P(-4,-1), Q(-5,-2), R(-4,-2), S(-3,-1), T(0,-1), U(-1,-2), V(0,-2), W(1,-1), X(2,-1), Y(1,-2), Z(2,-2)



รูปที่ 2: ชุดของคู่อันดับที่สามารถเขียนกราฟแล้วลากเส้นเชื่อมเป็นรูปไตโนเสาร์

หลังจากได้ฝึกฝนการเขียนกราฟของคู่อันดับต่าง ๆ จนคล่องแคล่วแล้ว นักเรียนก็อาจลองสร้างสรรค์รูปปิดตามจินตนาการของตนเอง โดยกำหนดจุดยอดของรูปตามลำดับด้วยชุดของคู่อันดับ จากนั้นให้เพื่อน ๆ ได้ทดลองเขียนรูปนั้น ๆ ขึ้นจากชุดของคู่อันดับ แล้วตรวจสอบกับรูปของนักเรียนว่าเหมือนกันหรือไม่ ซึ่งจะเป็นการสร้างความตระหนักถึงประโยชน์ของระบบพิกัดฉากและคู่อันดับในการใช้เป็นเครื่องมือสื่อสารระหว่างกันได้อีกด้วย

ในการแสดงการประยุกต์ใช้เนื้อหาเกี่ยวกับระบบพิกัดฉากและกราฟของคู่อันดับในชีวิตจริงอาจยังพบเห็นไม่มากนัก แต่ตัวอย่างที่อาจเห็นได้ชัดเจนที่สุดตัวอย่างหนึ่ง ก็คือเทคโนโลยีโทรศัพท์ smart phone ที่ใช้หน้าจอสัมผัส (touch screen) ซึ่งนอกจากจะสามารถใช้เป็นเครื่องมือแสดงผลแล้ว ยังสามารถใช้เป็นเครื่องมือนำเข้าข้อมูลผ่านการใช้ปลายนิ้วสัมผัสของผู้ใช้อีกด้วย โดยบนหน้าจอสัมผัสเหล่านี้จะมีการนำเอาระบบพิกัดฉากไปใช้ในการบอกตำแหน่งต่าง ๆ บนหน้าจอตตามที่ผู้ใช้ต้องการ ก่อนจะนำเข้าข้อมูลเหล่านั้นในรูปแบบของคู่อันดับ (x, y) เพื่อนำไปประมวลผลต่อไป



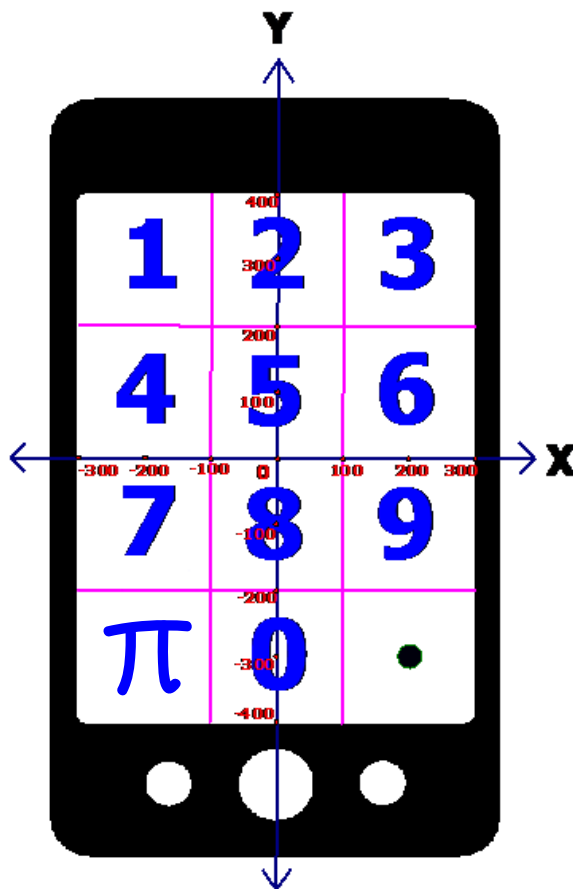
รูปที่ 3: เทคโนโลยีจอสัมผัสในโทรศัพท์ smart phone (ที่มา http://www.scind.org/content_images/full/1420696508mobile.jpg)

สำหรับการสร้างระบบพิกัดฉากของหน้าจอสัมผัส smart phone นั้น จะใช้จำนวนพิกเซล (pixel) หรือจุด ตามแนวตั้งและแนวนอนเป็นหน่วยในการนับตำแหน่ง เช่น หน้าจอที่มีขนาด 600x800 พิกเซล จะมีแนวจุดบอกตำแหน่งตามแนวตั้งและแนวนอนจำนวน 600 จุด และ 800 จุดตามลำดับ และผู้ออกแบบโปรแกรมประยุกต์ต่าง ๆ สามารถเลือกจุดใดบนหน้าจอเป็นตำแหน่งของจุดกำเนิดก็ได้ เช่น อาจให้ตำแหน่งกึ่งกลางของหน้าจอพอดีเป็นจุดกำเนิด อย่างไรก็ตาม ในการใช้ปลายนิ้วสัมผัสบนหน้าจอ จะเกิดรอยสัมผัสเป็นพื้นที่กว้าง แต่ในการส่งข้อมูลอาจพิจารณาจุดกึ่งกลางของการสัมผัสจากปลายนิ้วเป็นตำแหน่งพิกัดสำหรับการนำเข้าข้อมูล

การประยุกต์เรื่องกราฟของคู่อันดับบนระบบพิกัดฉากมาใช้ในระบบจอสัมผัสนี้ อาจสามารถพัฒนาเป็นโจทย์ปัญหาหรือแบบฝึกหัดคณิตศาสตร์เรื่องกราฟของคู่อันดับเพื่อให้นักเรียนเห็นถึงประโยชน์ของการนำความรู้เรื่องนี้ไปใช้ในชีวิตจริง โดยโจทย์จะต้องกำหนดระบบพิกัดฉากของหน้าจอ smart phone ให้นักเรียน แล้วให้นักเรียนฝึกบอกตำแหน่งของจุดต่าง ๆ โดยใช้คู่อันดับ ดังหน้าจอการเลือกตัวเลขในตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1

หน้าจอนำเข้าข้อมูลตัวเลขของโทรศัพท์ smart phone ขนาดเล็กยี่ห้อหนึ่งซึ่งมีขนาดหน้าจอ 600x800 พิกเซล และมีการกำหนดระบบพิกัดฉากในการนำเข้าข้อมูลจากจอสัมผัสของปลายนิ้วผู้ใช้โดยให้จุดกำเนิดอยู่ตรงกึ่งกลางจอพอดี ดังนี้



หน้าจอจะรับข้อมูลจากตำแหน่งกึ่งกลางปลายนิ้วที่สัมผัสบนจอเสมอ และจะไม่รับข้อมูลเข้าหากตำแหน่งกึ่งกลางปลายนิ้วตรงกับขอบของปุ่มตัวเลขหรือจำนวนต่าง ๆ พอดี และผู้ใช้จะต้องเลือกตำแหน่งใหม่

จงหาว่า

1. หากใช้ปลายนิ้วสัมผัสที่ตำแหน่ง $(-200, 100)$ พอดี ตัวเลขที่เลือกจะเป็นเลขใด

คำตอบ เลข 4

2. หากใช้ปลายนิ้วสัมผัสที่ตำแหน่ง $(-78, -113)$ พอดี ตัวเลขที่เลือกจะเป็นเลขใด

คำตอบ เลข 8

3. หากต้องการเลือกตัวเลข 1 สามารถใช้ปลายนิ้วสัมผัสหน้าจอที่ตำแหน่งใด

แนวคำตอบ ตำแหน่ง (a, b) เมื่อ $-300 < a < -100$ และ $200 < b < 400$

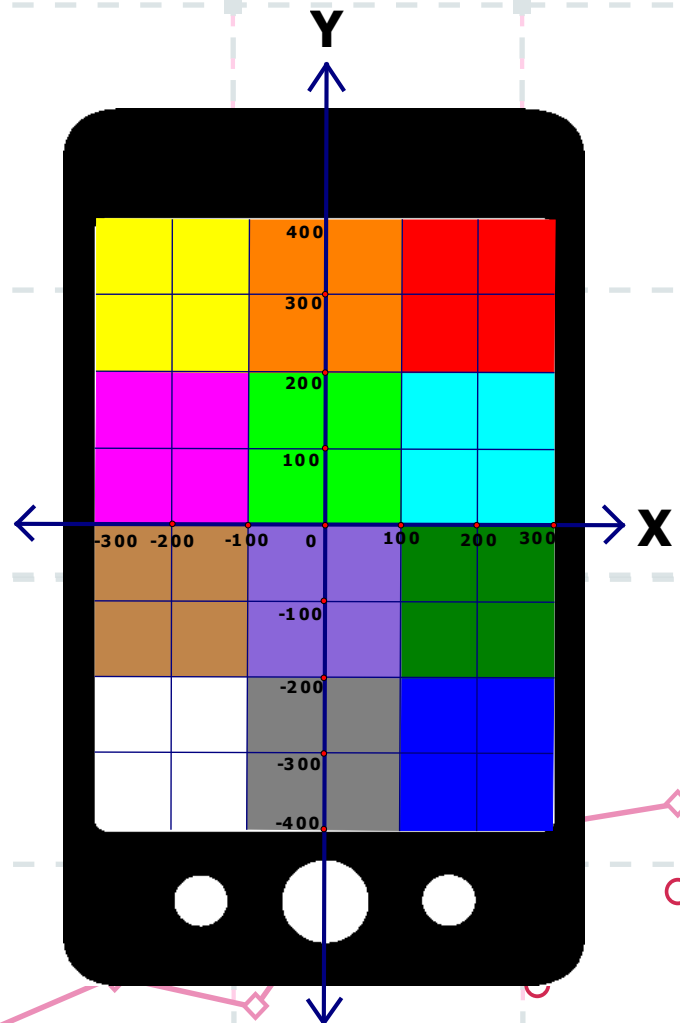
4. หากต้องการเลือกค่า π สามารถใช้ปลายนิ้วสัมผัสหน้าจอที่ตำแหน่งใด

แนวคำตอบ ตำแหน่ง (a, b) เมื่อ $-300 < a < -100$ และ $-400 < b < -200$

ซึ่งแนวคำถามข้างต้นนี้อาจนำไปสร้างเป็นคำถามอื่น ๆ เพื่อฝึกทักษะของนักเรียนตามระดับความสามารถ อีกทั้งยังอาจใช้หลักการเดียวกันนี้ไปสร้างสรรค์แบบฝึกหัดหรือแบบทดสอบด้วยสถานการณ์อื่น ๆ เช่น กำหนดโจทย์ให้เป็นหน้าจอสำหรับการเลือกสีพื้นหลัง ดังแสดงในตัวอย่างที่ 2

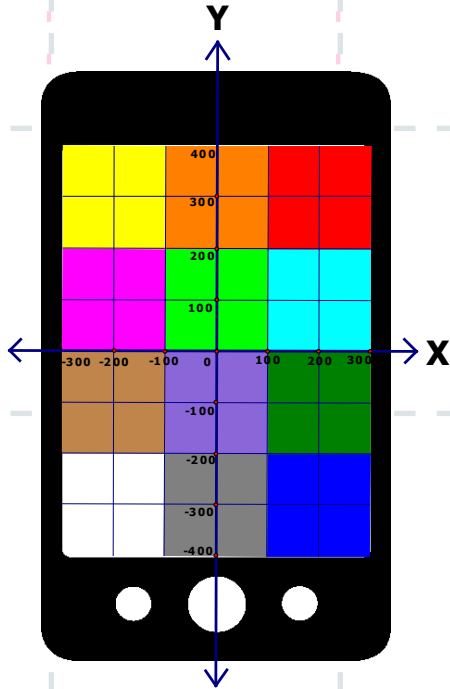
ตัวอย่างที่ 2

หน้าจอเลือกสีพื้นหลังของโทรศัพท์ smart phone ขนาดเล็กยี่ห้อหนึ่งซึ่งมีขนาดหน้าจอ 600×800 พิกเซล และมีการกำหนดระบบพิกัดฉากในการนำเข้าสู่ข้อมูลจากการสัมผัสของปลายนิ้วผู้ใช้โดยให้จุดกำเนิดอยู่ตรงกึ่งกลางจอพอดี ดังนี้



ตัวอย่างที่ 2

หน้าจอเลือกสีพื้นหลังของโทรศัพท์ smart phone ขนาดเล็กยี่ห้อหนึ่งซึ่งมีขนาดหน้าจอ 600x800 พิกเซล และมีการกำหนดระบบพิกัดฉากในการนำเข้าสู่ข้อมูลจากการสัมผัสของปลายนิ้วผู้ใช้โดยให้จุดกำเนิดอยู่ตรงกึ่งกลางจอพอดี ดังนี้



ซึ่งหน้าจอจะรับข้อมูลจากตำแหน่งกึ่งกลางปลายนิ้วที่สัมผัสบนจอเสมอ และจะไม่รับข้อมูลเข้าหากตำแหน่งกึ่งกลางปลายนิ้วตรงกับเส้นขอบของช่องสีแต่ละสีพอดี และผู้ใช้งานจะต้องเลือกตำแหน่งใหม่

จงหาว่า

1. หากใช้ปลายนิ้วสัมผัสที่ตำแหน่ง (138, 183) พอดี สีที่ได้จะเป็นสีใด

คำตอบ สีฟ้า

2. หากใช้ปลายนิ้วสัมผัสที่ตำแหน่ง (0, -170) พอดี สีที่ได้จะเป็นสีใด

คำตอบ สีเทา

3. หากต้องการเลือกพื้นหลังเป็นสีเหลืองผู้ใช้สามารถสัมผัสหน้าจอที่ตำแหน่งใด

แนวคำตอบ ตำแหน่ง (a, b) เมื่อ $-300 < a < -100$ และ $200 < b < 400$

4. หากต้องการเลือกพื้นหลังเป็นสีน้ำเงินผู้ใช้สามารถสัมผัสหน้าจอที่ตำแหน่งใด

แนวคำตอบ ตำแหน่ง (a, b) เมื่อ $100 < a < 300$ และ $-400 < b < -200$

นอกเหนือจากการประยุกต์ใช้กับหน้าจอสัมผัสของโทรศัพท์ smart phone แล้ว ความรู้เกี่ยวกับระบบพิกัดฉากและกราฟของคู่อันดับยังสามารถนำไปใช้ในเรื่องการสร้างและการระบุตำแหน่งต่าง ๆ บนแผนที่หรือแผนผังได้อีกด้วย แต่นอกเหนือจากนี้แล้วเราอาจยังไม่เห็นประโยชน์ในการใช้งานจริงของเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องนี้ที่กว้างขวางนัก อย่างไรก็ตามความรู้เรื่องระบบพิกัดฉากและกราฟของคู่อันดับจะเป็นพื้นฐานสำคัญในการศึกษาเรื่องเรขาคณิตวิเคราะห์ ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน รวมถึงเนื้อหาด้านพีชคณิตอื่น ๆ ในระดับสูง จึงนับเป็นพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนจะละเลยไม่ได้ และควรฝึกฝนทั้งการอ่านพิกัดและการเขียนกราฟของคู่อันดับในระบบพิกัดฉากให้คล่องแคล่ว แม่นยำเพื่อเตรียมความพร้อมในการทำความเข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์ขั้นสูงต่อไป

สำหรับผู้ที่สนใจศึกษาเกี่ยวกับหลักการทํางานของเทคโนโลยีจอสัมผัสของโทรศัพท์ smart phone เพิ่มเติม สามารถค้นคว้าได้จาก บทความออนไลน์ “Touch Screen เทคโนโลยีใกล้ตัวที่น่าสนใจ” โดย เจาจันทร์ (2009) หรือ “Touch Screen Technologies” โดย Mohammed Shirif (2013) ดังแสดงรายละเอียดในบรรณานุกรม

บรรณานุกรม

Shirif, Mohammed. (2013). Touch Screen Technologies. สืบค้นเมื่อ 14 กันยายน 2558, จาก <http://www.slideshare.net/mshirif/touch-screen-technologies>.

เจาจันทร์. (2009). Touch screen เทคโนโลยีใกล้ตัวที่น่าสนใจ. สืบค้นเมื่อ 14 กันยายน 2558, จาก <http://www.vcharkam.com/blog/41001/2>.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (๒๕๕๔). หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม ๒ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑. กรุงเทพมหานคร: องค์การคํ่า สกสศ.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (๒๕๕๕). คู่มือครูรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม ๒ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑. กรุงเทพมหานคร: องค์การคํ่า สกสศ.